ZEITSCHRIFT
FÜR
PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.
Verfertigungsweise der Mineralwässer;

vom

Med. Dr. *Fierlinger*,
derzeit Physikus in Ungarisch-Hradisch.

Obgleich mir Herr Hofrath *Döbereiner* in seinem Werke über die Mineralwässer, und Hr. Hofrath *Trommsdorff* in den Supplementen zu seinem allgemeinen pharmaceutisch-chemischen Wörterbuche von 1822 die Ehre erwiesen haben, meiner Verfertigungweise der Mineralwässer Erwähnung zu thun, so glaube ich doch keine überflüssige Arbeit unternommen zu haben, indem ich selber darüber Bericht erstatte; theils um dem Vorwurfe zu entgehen, etwas hintern Berg behalten zu haben, theils um Einzelnheiten zu berühren, welche nicht vernachläſsiget werden dürfen, wenn man des guten Erfolges gewiſs seyn will.

Bei Bereitung der Mineralwässer folgte ich dem Gange der Natur; sie bereitet selbe im Innern der Erde durch verschiedene Zersetzungen und neue Zusammensetzungen der in ihr sich zufällig befindenden Stoffe auf eine uns gröſstentheils unbekannte Art. Auf ähnliche Art sie zu bereiten war meine Aufgabe.

Bei Verfertigung der Mineralwässer hat man vorzüglich auf die elastisch-flüssigen und auf die fixen Bestandtheile Rücksicht zu nehmen; denn das Wasser ist

allen gemein, und daher kein Gegenstand einer nähern Betrachtung. Die neuere Chemie hat uns über diese Gegenstände hinlänglich aufgeklärt, und dasjenige theils bestätiget, theils berichtiget, was die ältern chemischen Schriftsteller uns schon vorlängst an die Hand gegeben haben. Ich übergehe daher mit Stillschweigen die Einwürfe mehrerer, selbst neuerer Schriftsteller, insbesondere des Hrn. Hofraths *Hufeland* (im Journal der practischen Heilkunde, 14. Band, 2. Stück, pag. 195 bis 196, als ob die Zusammensetzungen der Natur und Kunst verschieden wären, und als ob die natürlichen Mineralwässer noch manche uns unbekannte Stoffe enthalten könnten) als nicht hieher gehörig, als unerwiesen, und schon beantwortet in meiner Vertheidigungsschrift der künstlichen Mineralwässer gegen Herrn Dr. *Reufs* 1812. Aber tausendfältige und vieljährige Erfahrungen haben den Nutzen der künstlichen Mineralwässer in England, Frankreich und Deutschland ausgewiesen, so dafs man sich über blofse Bedenklichkeiten und Vermuthungen leicht hinaussetzen kann.

Zwei Wege haben die Gelehrten eingeschlagen, um Mineralwässer zu verfertigen. Die Einen, an deren Spitze *Priestley* sich befindet, haben Brunnenwasser mit den schon bekannten Salztheilen verbunden, und dann mit kohlensaurer Luft geschwängert. Die Andern, und ursprünglich *Venel*, haben diese Luft durch die Vermischung der Alkalien und Säuren in das Wasser zu bringen gesucht, auf dieselbe Art beiläufig, wie man heut zu Tage die sogenannten Brausepulver verfertiget, deren man sich mitunter zum Wein bedient, um ihn moussirend zu machen. Ich habe es meines Orts für rathsam gehalten, beide Methoden mitsammen zu vereinigen, um desto sicherer zum Zwecke zu gelangen, und bin dabei folgender Mafsen zu Werke gegangen:

In einer bestimmten Menge Brunnenwassers, z. B. von 10 Maſs, habe ich eine bestimmte Menge krystallisirte Soda (kohlensaures mineralisches Laugensalz), z. B. 10 Loth, aufgelöst.

Mittelst der Soda wurden die im Brunnenwasser enthaltenen erdigen Theile gefällt, und nach dem Setzen und Abseihen eine reine kohlensaure Sodaauflösung, 0,16 der angewandten Soda kohlensäurehältig erhalten.

Es ist hier zu bemerken, daſs absichtlich so viel als möglich reine krystallisirte Soda genommen werden müsse, weniger der Kohlensäure wegen, als um den Schwefelgeruch zu vermeiden, welcher durch unreine Soda erzeugt wird, und schwer zu vertreiben ist.

Die Sodaauflösung mit kohlensaurer Luft so viel als möglich geschwängert darzustellen, sind einzelne Vortheile nöthig. Um dieſs zu bewerkstelligen, gibt es nun, abgerechnet die verschiedenen bekannten Maschinerien, zwei Methoden:

1. Durch Zersetzung der kohlensauren Neutralsalze mittelst Schwefelsäure.
2. Durch die Entbindung der kohlensauren Luft mittelst der Gährung.

Diese zweite Methode habe ich in jeder Hinsicht anwendbar befunden; denn man erhält dadurch nicht bloſs mehr, sondern auch viel reinere Luft, und die zur Gährung gebrachte Masse kann theils zum Branntweinbrennen, theils zur Fütterung benützt werden, so daſs die kohlensaure Luft beinahe um nichts zu stehen kömmt.

Ich weiſs es wohl, daſs es eine bekannte Sache ist, vegetabilische Stoffe in Gährung zu versetzen. Weniger bekannt ist es vielleicht Manchem, von was für gering scheinenden Umständen es abhängt, um zum Zwecke zu gelangen. Dieſs gilt besonders von der Gährungsluft. Ein Umstand, der noch nicht hinlänglich aufgeklärt ist.

Vormals hatte ich keine Zeit, jetzt keine Gelegenheit zu dessen nähern Untersuchung. Ich zweifle aber nicht, dafs diefs noch geschehen werde.

Aus diesen und noch mehreren Gründen werde ich daher mein Verfahren rücksichtlich der Bereitungsart der von mir angewandten Gährungsmasse angeben.

Anfangs bediente ich mich des Syrups und Zuckermehls, und ich glaube, dafs man sich derselben unter den gegebenen Umständen noch ferners bedienen könnte. Später aber, und bei weitem gröfstentheils nahm ich Malz und Weitzenmehl. Ersteres, z. B. 1/8 Metzen, wurde abgebrüht, in die erhaltene Würze 1/8 Weitzenmehl gut eingerührt, die Masse von beiläufig 1/2 Eimer, mit beiläufig 5 Mafs Bier abgekühlt, und endlich mit einem Mafs guten Bierhefen angesetzt. In Kurzem kam dadurch die Masse zusehends in Gährung, und dann wurde sie in ein hochgestelltes Fafs zum ferneren Gebrauch gegeben.

Das Fafs hat oben eine Öffnung, durch welche die Masse mittelst eines Trichters eingefüllt wurde, und an dieselbe Öffnung wurde dann ein Leitungsrohr angebracht. Eine andere Öffnung war, wie gewöhnlich, seitwärts zum Ausleeren bestimmt.

Es verdient hier bemerkt zu werden, dafs die Bereitung der Würze und das Einrühren des Mehls mit den gewöhnlichen in Brauereien eingeführten Vorsichtsmafsregeln geschehen müsse; dafs das Abkühlen mit Bier und das gehörige Ansetzen mit gutem Oberhefen unerläfslich sey, wenn man anderst seine Absicht erreichen will, reine kohlensaure Luft zu erhalten.

Ich habe alle möglichen sogenannten Kunsthefen versucht, aber stets vergeblich; vielleicht, dafs Andere hierin glücklicher seyn werden. Von oben angegebenen und in Gährung gesetzten Stoffen erhält man 200 bis

300 Maſs Luft, wovon die ersten 20, 30 bis 40 Maſs zu keinem Gebrauche sind. Denn die zuerst übergehende Luft verbindet sich nicht mit dem Wasser. Es ereignet sich dieser Umstand oft mitten im Verlaufe der Gährung, wahrscheinlich wenn die Temperatur des Laboratoriums zu hoch oder zu niedrig ist. Ich halte diese Luftart für eine unvollkommene kohlensaure Luft, deren nähere Untersuchung ich hierorts beseitige.

Um diese groſse Menge kohlensaure Luft zu benützen, bin ich folgender Weise zu Werke gegangen:

Das Leitungsrohr des Fasses wurde unter die Brücke einer Gattung pneumatischen Wanne gerichtet. Diese Wanne war von gut gebrannter Erde, am besten von Porzellan, und bestand aus zwei Stücken, die einander ähnlich waren. Das gröſsere viereckig, etwa zwei Schuh lang, einen Schuh breit und einen halben hoch. Das kleinere hatte nur den dritten Theil der Breite, paſste in das gröſsere, und war um etwas niedriger, wie Fig. 7 ausweist, wo *A* das gröſsere Stück der Wanne, *a* ein kleines Loch in selber, *B* das kleinere Stück derselben ist. Beide Stücke waren mit einander verbunden. Über diese Wanne wird nur ein ausgeschnittenes Bret *C* gelegt. Dann wurde der innere kleinere Theil mit obiger Sodalauge angefüllt. Endlich eine groſse zehnmaſsige, mit obiger Sodalauge gefüllte und verstöpfte Flasche umgekehrt auf den Einschnitt des Querbretels gesetzt, unter dem Wasser geöffnet, und endlich das Leitungsrohr unter die Öffnung der groſsen Flasche gebracht.

Die kurzhälsigen Flaschen sind bequemer und dauerhafter als die langhälsigen. Fig. 8 gibt die ganze Ansicht des sogenannten pneumatischen Apparats: *A* ist eine freistehende oder besser eine an einer Wand befestigte Bank; *B* das Gährungsfaſs, Entbindungsfaſs, *C* das Leitungsrohr; *D* die gröſsere Wanne, *E* die kleinere Wanne;

F das Querbret; *G* die aufgesetzte grofse Flasche; *H* eine Öffnung unten in der grofsen Wanne, um das Wasser ablaufen zu lassen; *I* eine untergesetzte Flasche, um das ablaufende Wasser aufzunehmen. Steigt nun die Gährungsluft aus dem Entbindungsfafs durch das Leitungsrohr in die aufgesetzte grofse Flasche, so wird das Wasser oder die Sodalauge herausgetrieben, fliefst in die gröfsere Wanne, und aus dieser durch die angebrachte Öffnung in die untere Flasche. In selbem Verhältnisse, als die obere Flasche leer wird, füllt sich die untere, und wird die leere obere weggenommen, so wird die volle untere wieder aufgesetzt, um von neuem wieder ausgeleert zu werden. Dieser Wechsel hat so lange Statt, als die Gährung dauert, das ist 24 bis 36 Stunden, binnen welcher Zeit zwanzig bis dreifsig derlei grofse Flaschen mit kohlensaurer Luft gefüllt ausfallen, von denen die ersten drei bis vier aber nicht gebraucht werden können.

Es handelt sich nun darum, das kohlensaure Gas, womit die angewandte Sodaauflösung bei dem wiederholten Durchgange hinlänglich geschwängert worden, in kleinere Flaschen zum ferneren Gebrauche überzubringen. Zu dieser Absicht dient ein einfaches Werkzeug von der Erfindung meines Bruders, Hrn. *Ferdinand Fierlinger*, beider Rechte Doctor, auch Hof- und Gerichtsadvocat in Wien, welches Fig. 9 vorstellt: *A* ist eine grofse zehnmafsige Flasche; *a* ein grofser Stöpsel, wie sie unter dem Namen grofse Flaschenstöpsel im Handel vorkommen, und welche brauchbarer sind als die sogenannten Ballstöpsel. Durch diesen Stöpsel gehen luftdicht zwei blecherne Röhre, ein längeres Rohr *b c* bis auf den Grund der Flasche, und ein kürzeres *de* bis unter den Stöpsel. An das längere wird oben ein Trichter *f* angebracht, an das kürzere aber ein Leitungsrohr *g*.

Der Stöpsel wird luftdicht auf die Flasche gesetzt. Wird nun in den Trichter Wasser gegossen, so wird die Luft oben herausgetrieben, und zwar so lange, bis die Flasche voll Wasser ist. So wie oben die Luft das Wasser aus der grofsen Flasche verdrängt, so treibt hier das Wasser die Luft heraus. Um nun die herausgetriebene Luft aufzufangen und zum weitern Gebrauch in kleinere Flaschen zu bringen, werden dieselben Wannen genommen, welche daher doppelt vorhanden seyn müssen, mit einem ähnlichen verhältnifsmäfsig kleinern Querbretchen versehen, und statt der grofsen kleinere mit blofsem Brunnenwasser oder auch mit obiger Sodalauge angefüllte Flaschen aufgesetzt. Die Flaschen sind mit gewöhnlichen Stöpseln statt der Stöpselventile, deren ich mich anfangs bediente, verschlossen, und werden wie oben unter dem Wasser geöffnet und wieder zugemacht.

Das Wasser oder die Sodaauflösung (besser ist es aber der Reinlichkeit wegen, wenn zu diesem Geschäft täglich neues frisches Brunnenwasser genommen wird) fliefst wie oben aus den Flaschen in die gröfsere Wanne, und aus dieser durch die unten angebrachte Öffnung in die untergesetzte gröfsere Flasche oder in irgend ein anderes hölzernes Gefäfs, aus welchem die kleinern Flaschen wieder von neuem mit Wasser nachgefüllt werden können, wie Fig. 10 ausweist: *A* ist die mit kohlensaurer Luft angefüllte grofse Flasche; *B* die aufgesetzte Maschine zum Auspumpen der Luft; *C* die oben beschriebene Wanne; *D* das Querbret; *E* die aufgesetzte kleinere Flasche; *F* die Bank, auf welcher alles ruht; *G* das untergesetzte Gefäfs, welches das abfliefsende Wasser aufnimmt.

Ich habe mich gewöhnlich der Bouteillen bedient, welche $^3/_8$ Mafs halten, an welche das Publikum mehr gewohnt war; zudem war bei den gröfseren auch mehr

Gefahr des Zerspringens. Eine grofse zehnmafsige Flasche gab beinahe 25 kleinere. Diese wurden dann in mit Kreuzhölzern versehene Schäffel wohl verstopft umgekehrt zusammengestellt, um das Übereinanderfallen zu vermeiden.

Es versteht sich von selbst, dafs alles Holzwerk vorher wohl ausgewässert wurde, um den Holzgeruch zu verlieren. In die Schäffel selbst wurde vorher sogenanntes Vorschlagwasser nach Beschaffenheit des beabsichtigten Mineralwassers stärker oder schwächer gegeben.

Dazu wurde die schon öfters erwähnte Sodaauflösung genommen, mit frischem Brunnenwasser vermischt, und da sie dadurch wieder getrübt wurde, bis zur Klärung des Wassers durch das Setzen auf den folgenden Tag stehen gelassen. Das Sediment selbst schien zur Reinigung des Wassers beizutragen, wie die Hausenblase beim Wein.

Dieses Ansetzwasser hängt nun von der Willkür und Beurtheilung des Arbeiters ab. Denn davon und von der nächstfolgenden Arbeit hängt der ganze Erfolg ab. Sind nun die Schäffel mit dem gehörigen Vorschlagwasser versehen, und mit den Flaschen besetzt, so werden sie an einen kalten Ort gesetzt. Im Winter ist man defswegen nicht in Verlegenheit. Aber im Sommer wollte ich Niemanden rathen, ein derlei Geschäft ohne Eisgrube zu übernehmen, welche selbst im Winter beim Thauwetter nothwendig ist, wenn man nicht mit Schaden arbeiten will. Binnen 24 bis 36 Stunden füllen sich über alles Glauben die leeren Flaschen, und ich bin nicht geneigt, diefs durch den Druck des Vorschlagwassers zu erklären, wie Herr Hofrath *Trommsdorff* l. c. meint. Denn die Schäffel sind nur halb angefüllt, und folglich stehen die Flaschen über dem Wasser, und nur

die Hälse reichen ins Wasser. Doch will ich eine Thatsache nicht erklären, sondern nur erzählen, und die Erklärung Andern überlassen. Die Flaschen, die sich nicht voll anfüllen, werden aus den nachbarlichen voll gegossen. Diefs ist nun die erste und schwierigere Arbeit, der *Priestley's*chen Methode entsprechend veranstaltet.

Es handelt sich jetzt erst darum, auch von der zweiten Methode *Venel's* den gehörigen Gebrauch zu machen, und sie daher mit der ersten zu vereinigen, um die beabsichtigten Mineralwässer zu erzeugen. Es werden daher in das in den Flaschen enthaltene Wasser mittelst Berechnung und mittelst eines bestimmten gläsernen Mafses so viel sehr gereinigte Säuren, Schwefel- und Kochsalzsäure einzeln oder verbunden zugegossen, um diejenigen Neutralsalze zu erzeugen, welche in den Mineralwässern enthalten sind.

Dazu ist nun eine stöchiometrische Berechnung nöthig, deren Basis von der jedesmaligen Stärke der angewandten Säuren abhängt, und die ich daher als bekannt voraussetze, jedes Mal aber eigens Versuchsweise zu erproben ist. Je nachdem man daher das Ansetzwasser in den Schäffeln verschieden zurichtet, und je nachdem man verschiedene Säuren zugiefst, werden auch verschiedene Neutralsalze in den Flaschen entstehen. Sind die Säuren zugegossen, werden die Flaschen geschwind verkorkt, verbunden und verpicht, so ist die Arbeit fertig.

Nachdem ich nun glaube mich hinlänglich erklärt zu haben, um verstanden zu werden, will ich nur bemerken, dafs ich es absichtlich übergehe, die Menge der in diesen Wässern enthaltenen kohlensauren Luft mühsam zu berechnen, indem ich es für hinlänglich halte zu versichern, dafs ich sie besonders zur Winterszeit absichtlich schwächer machen mufste, um im Sommer

das Zerspringen der Flaschen zu vermeiden; und diefs Zerspringen galt nicht blofs von den gewöhnlichen Flaschen, sondern auch von den Champagnerflaschen und Krügen. Eben so bemerkenswerth ist die lange Dauer der auf diese Art bereiteten Wässer, denn ich habe zwei- und mehrjährige Erfahrungen zu Gunsten derselben aufzuweisen.

Es versteht sich von selbst, dafs das Eisen und die erdigen Bestandtheile, welche man den Wässern mittheilen will, in den verdünnten Säuren aufgelöst werden müssen, und der stöchiometrischen Berechnung unterliegen, obgleich die Haltbarkeit der Eisenwässer noch manchen grofsen Schwierigkeiten unterliegt.

So leicht nun aber Manchem diese Arbeit scheinen mag, so lästig wird er sie vielleicht in der Wirklichkeit finden. Denn der längere Aufenthalt in einer mit so viel unathembarer Luft geschwängerten Atmosphäre, die beständige Abwechslung von Wärme und Kälte, die beständige Berührung der Salzlauge und Säure, haben einen entschieden nachtheiligen Einflufs sowohl auf die Hände als auf die Gesundheit im Allgemeinen, und diefs ist nebst andern Gründen der wichtigste, warum ich diefs Geschäft endlich aufgegeben habe.

II.

Allgemeine Untersuchungen über die Eigenschaften der Puncte des Raumes in Bezug auf die Hauptmomente der Kräfte;

von

Franz Xaver Moth.

I. Analytisch-geometrische Entwicklung der Formeln und Gleichungen der Momente der Kräfte, der Hauptmomente, der Lagen der Hauptachsen und des Durchmessers.

1. Wenn man in einem gegebenen Systeme gerader Linien von bestimmter Gröfse und Lage $f' f'' f''' \ldots$ die beiden Endpuncte einer jeden von ihnen mit einem gleichfalls gegebenen Puncte S verbindet, so entsteht ein System ebener Dreiecke, welche in S ihre gemeinschaftliche Spitze haben. Wir wollen die einen Endpuncte der Geraden $f' f'' f''' \ldots$ respective mit $m' m'' m''' \ldots$, und die andern mit $n' n'' n''' \ldots$ bezeichnen, so dafs $m' n' = f'$, etc. Das ganze so construirte System von Puncten, Linien und Flächen wollen wir auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem beziehen, und die Coordinaten der Puncte $m' m'' m''' \ldots$ mit $x' y' z'$; $x'' y'' z''$; $x''' y''' z'''$; . . . so wie die Winkel, welche die Richtungen der Geraden $f' f'' f''' \ldots$ mit den coordinirten Achsen der $x y z$ respective bilden, mit $\alpha' \beta' \gamma'$; $\alpha'' \beta'' \gamma''$; $\alpha''' \beta''' \gamma'''$; . . . bezeichnen.

Es ist klar, dafs durch die Stücke $f' x' \alpha' \beta' \gamma' \ldots$ sowohl die Puncte $n' n'' n''' \ldots$ (d. i. ihre Coordinaten) und die Flächen der Dreiecke $S m' n'$ etc. bestimmt werden. Es werden also diese letztern Stücke Functionen

jener erstern seyn. Ich bemerke noch, dafs die Flächen der Dreiecke $S m' n'$ . . . sich nicht ändern, wo man auch immer auf derselben Richtung der Geraden f' . . die Puncte $m' n'$ . . aufträgt, wenn nur die Entfernungen $m' n'$ . . immer dieselben bleiben.

2. Mit dieser Vorstellung läfst sich ganz leicht noch eine andere aus der Dynamik entlehnte Idee verknüpfen.

Denkt man sich nämlich die materiellen Puncte $m' m''$ . . . auf eine unveränderliche Art mit einander uud mit dem Puncte S verbunden, und an jenen wirksame Kräfte angebracht, deren Richtungen die der Geraden $f' f'' f'''$ . . . sind, und deren Intensitäten durch die Längen $f' f'' f'''$ . . . vorgestellt werden; so werden die doppelten Flächen der Dreiecke $S m' n'$ . . . *die Momente der Kräfte* $f' f'' f'''$ ... seyn, welche das System der materiellen Puncte um den Punct S zu drehen streben. Diese Momente werden sonach alle übrigen Eigenschaften mit den Flächen jener Dreiecke gemein haben.

Dieser letzte Punct wird noch durch folgenden Umstand in ein helleres Licht gesetzt:

Werden nämlich die sämmtlichen Flächen der Dreiecke des Systems auf eine Ebene, die ich E nennen will, und von welcher ich noch annehmen werde, dafs sie durch den Punct S gehe, projicirt; so wird die doppelte Summe dieser Flächen genau so grofs gefunden, als das Moment der Kräfte, das System um die auf der Ebene E senkrechte Achse zu drehen, indem alle an den verschiedenen Puncten des Systemes angebrachten Kräfte in solche zerlegt werden, die der Ebene E parallel sind.

Wir werden also unter dem Ausdrucke: *Moment* oder *Summe der Momente* der Kräfte *um die Achse* S, welche wir durch den Punct S gelegt annehmen werden, in geometrischer Bedeutung nichts anderes zu verstehen haben, als die doppelte Summe der Projectionen

der Dreiecke auf die senkrecht auf der Achse S stehenden Ebene.

Die Gröſse dieser Summe hängt also, wie man sieht, nebst den die Gröſse und Lage des Systemes der Puncte $m' \, m'' \, m''' \ldots$ und der Geraden $f' \, f'' \, f''' \ldots$ bestimmenden Stücken auch noch von dem Orte des Punctes S (d. i. von dessen Coordinaten) und von der Richtung der durch ihn gezogenen Achse S (d. i. von der Lage der Projectionsebene) ab.

3. Ich darf hier als bekannt voraussetzen, daſs, wenn man die Flächen sämmtlicher Dreiecke auf die senkrecht auf einander stehenden coordinirten Ebenen projicirt, und die Summen der Projectionen in Bezug anf die Ebenen yz, xz, xy (oder in Bezug auf die Achsen $x y z$) mit $A \; B \; C$ bezeichnet, die Gröſse $\sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)}$ eine *beständige* sey, welches auch immer die Lage der coordinirten Ebnen gegen das gegebene Flächensystem ist.

Ferner setze ich als bekannt voraus, daſs sich die Summe der Momente für einen und denselben Punct des Raumes aber für verschiedene Achsen ändere, daſs es aber eine, *und nur eine* Achse gebe, in Bezug auf welche das Moment das gröſste werde, und daſs, wenn $\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = K$ gesetzt wird, die Cosinusse der Winkel, welche diese Achse, welche wir *die Hauptachse* dieses Punctes nennen wollen, mit den coordinirten Achsen $x y z$ macht, respective sind: $\frac{A}{K}, \frac{B}{K}, \frac{C}{K}$; — daſs endlich dieses beständige Moment K das in Bezug auf diese Hauptachse Statt habende, und folglich *gröſste* sey, welches wir *Hauptmoment* des Punctes S nennen wollen; und daſs, wenn ω die Neigung einer andern Achse S gegen diese Hauptachse ist, das Moment, welches wir mit Γ bezeichnen wollen, gleich ist $K \, . \cos. \omega$.

4. Wir wollen nun nach diesen Voraussetzungen die allgemeinen Ausdrücke der Summen der projicirten Dreiecke in gegebenen Projectionsebenen für jeden gegebenen Punct S des Raumes entwickeln. Betrachten wir zu diesem Zwecke bloſs eines dieser Dreiecke, $S m' n'$. Die Coordinaten des Punctes S haben wir mit $x_, y_, z_,$, und die des Punctes m' mit $x' y' z'$ bezeichnet. Die Coordinaten des Endpunctes n' der Geraden $m' n' = f'$, welche die Winkel $\alpha' \beta' \gamma'$ mit den coordinirten Achsen $x y z$ macht, seyen $(x') (y') (z')$. Nun hat man:

$$(x') = x' + f' . \cos. \alpha'; \quad (y') = y' + f' . \cos. \beta';$$
$$(z') = z' + f' . \cos. \gamma'$$

Setzt man nun der Kürze wegen:

$$A' = [f' . (z' . \cos. \beta' - y' . \cos. \gamma') \\ - f' . (z_, . \cos. \beta' - y_, . \cos. \gamma')];$$
$$B' = [f' . (x' . \cos. \gamma' - z' . \cos. \alpha') \\ - f' . (x_, . \cos. \gamma' - z_, . \cos. \alpha')];$$
$$C' = [f' . (y' . \cos. \alpha' - x' . \cos. \beta') \\ - f' . (y_, . \cos. \alpha' - x_, . \cos. \beta')];$$
$$D' = f' . [x_, . (z' . \cos. \beta' - y' . \cos. \gamma') \\ + y_, . (x' . \cos. \gamma' - z' . \cos. \alpha') \\ + z_, . (y' . \cos. \alpha' - x' . \cos. \beta')];$$

so wird die Gleichung der Ebene des Dreiecks $S m' n'$ seyn:

$$A' . x + B' . y + C' . z = D.$$

Man gelangt unmittelbar auf diese Gleichung, wenn man in der bekannten Gleichung der Ebene, welche durch die drei Puncte gelegt wird, deren Coordinaten $x_, y_, z_,$; $x' y' z'$; $(x') (y') (z')$ sind, und darin anstatt $(x') (y') (z')$ die so eben angezeigten Werthe substituirt.

Nun sind, den Grundsätzen der analytischen Geo-

metrie zu Folge *), $\frac{1}{2} . A'$; $\frac{1}{2} . B'$; $\frac{1}{2} . C'$ die Flächen der Projectionen des Dreieckes $S m' n'$ in den respectiven Ebenen $y z$, $x z$, $x y$; der Flächenraum des Dreieckes $S m' n'$ wird sonach seyn $\sqrt{(A'^2 + B'^2 + C'^2)}$.

5. Es ist nun leicht, die Projection dieser Fläche in der gegebenen Projectionsebene, oder in Bezug auf eine Achse S zu finden; denn nennt man die Neigungswinkel dieser Projectionsebene gegen die coordinirten Ebenen $y z$, $x z$, $x y$ respective $\lambda\ \mu\ \nu$, und die projicirte Fläche Γ'; so ist, wie man aus der Theorie der Projectionen weiſs,

$$\Gamma' = (A' . \cos.\lambda + B' . \cos.\mu + C' . \cos.\nu).$$

Wenn nun $A'' B'' C'' \Gamma''$, $A''' B''' C''' \Gamma'''$, . . . dieselben Gröſsen in Bezug auf die andern Dreiecke $S m'' n''$, $S m''' n'''$, . . . sind, als $A'\ B'\ C'\ \Gamma'$ in Bezug auf das Dreieck $S m' n'$; so hat man auf ähnliche Art:

$$\Gamma'' = A'' . \cos.\lambda + B'' . \cos.\mu + C'' . \cos.\nu;$$
$$\Gamma''' = A''' . \cos.\lambda + B''' . \cos.\mu + C''' . \cos.\nu;$$
. . . .

Bezeichnet man nun die Summe $A B C \Gamma$, die Summen $(A' + A'' + A''' + \ldots)$; $(B' + B'' + B''' + \ldots)$; $(C' + C'' + C''' + \ldots)$ und $(\Gamma' + \Gamma'' + \Gamma''' + \ldots)$; so hat man:

$$\Gamma = (A . \cos.\lambda + B . \cos.\mu + C . \cos.\nu).$$

Dieser Ausdruck gibt nun die Summe der Momente der Kräfte in Bezug auf jede Ebene oder Achse S.

6. Setzen wir nun, um abzukürzen:

$$\Sigma(f . \cos.\alpha) = \mathfrak{A};\quad \Sigma(f . \cos.\beta) = \mathfrak{B};\quad \Sigma(f . \cos.\gamma) = \mathfrak{C};$$
$$\Sigma . [f . (z . \cos.\beta - y . \cos.\gamma)] = \mathfrak{X};$$
$$\Sigma . [f . (x . \cos.\gamma - z . \cos.\alpha)] = \mathfrak{Y};$$
$$\Sigma . [f . (y . \cos.\alpha - x . \cos.\beta)] = \mathfrak{Z};$$

*) M. s. meine anal. Geom. Art. 123 u. s. f.

wo durch das Summenzeichen Σ ein Aggregat ähnlicher Ausdrücke angedeutet wird, wie z. B. durch $\Sigma(f.\cos.\alpha)$ die Summe $(f'.\cos.\alpha' + f''.\cos.\alpha'' + f'''.\cos.\alpha''' \ldots)$; so ist:

$$\left.\begin{array}{l} A = [\mathfrak{X} + \mathfrak{C}\,.\,y_{,} - \mathfrak{B}\,.\,z_{,}]; \\ B = [\mathfrak{Y} + \mathfrak{A}\,.\,z_{,} - \mathfrak{C}\,.\,x_{,}]; \\ C = [\mathfrak{Z} + \mathfrak{B}\,.\,x_{,} - \mathfrak{A}\,.\,y_{,}]. \end{array}\right\}$$

Bezeichnet man nun die Grösse *des Hauptmomentes* im Puncte S mit K, und nennt $\lambda_{,}\ \mu_{,}\ \nu_{,}$ die Winkel der *Hauptachse* mit den coordinirten Achsen $x\,y\,z$; so hat man:

$$K = \sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)};$$

$$\cos.\lambda_{,} = \frac{A}{K}; \quad \cos.\mu_{,} = \frac{B}{K}; \quad \cos.\nu_{,} = \frac{C}{K}.$$

Bezeichnet man den Winkel einer Achse S mit der Hauptachse des nämlichen Punctes S durch ω, und die Winkel derselben mit den coordinirten Achsen $x\,y\,z$ durch $\lambda\,\mu\,\nu$, so hat man wegen

$$\cos.\omega = (\cos.\lambda_{,}.\cos.\lambda + \cos.\mu_{,}.\cos.\mu + \cos.\nu_{,}.\cos.\nu)$$

die Gleichung:

$$\cos.\omega = \frac{A\,.\,\cos.\lambda + B\,.\,\cos.\mu + C\,.\,\cos.\nu}{K} = \frac{\Gamma}{K};$$

also $\Gamma = K\,.\,\cos.\omega$.

Die Gleichungen der *Hauptachse* des Punctes S werden, weil sie durch den Punct S gezogen angenommen wird, seyn:

$$\left.\begin{array}{l} y - y_{,} = \dfrac{B}{A}\,.\,(x - x_{,}); \\ z - z_{,} = \dfrac{C}{A}\,.\,(x - x_{,}). \end{array}\right\}$$

7. Für ein und dasselbe System materieller Puncte $m'\,m''\,m''' \ldots$, für das $\mathfrak{A}\,\mathfrak{B}\,\mathfrak{C}$ und $\mathfrak{X}\,\mathfrak{Y}\,\mathfrak{Z}$ einerlei Werth behalten, ändern sich im Allgemeinen die Grössen $A\,B\,C\,K$, und die Lagen der Hauptachsen von einem

Puncte S des Raumes zum andern, obschon es Fälle geben kann, in welchen die Änderung der Lage des Punctes S keine Änderung des Hauptmomentes K nach sich zieht. Es gibt nämlich eine Fläche zweiter Ordnung, in deren Puncten die Hauptmomente einander gleich sind; wir werden weiter unten die Natur dieser krummen Fläche näher untersuchen.

Was den Werth der Gröſse Γ anbelangt; so hängt dieser theils von der speciellen Beschaffenheit der Grössen $\mathfrak{A}\ \mathfrak{B}\ \mathfrak{C}$ und $\mathfrak{X}\ \mathfrak{Y}\ \mathfrak{Z}$, von welchen die drei erstern nichts anders sind, als die Summen der Projectionen der Linien $f'\ f''\ f'''$ . . . auf den coordinirten Achsen in geometrischer, oder die Summen der nach diesen Achsen zerlegten Kräfte $f'\ f''\ f'''$ . . . in dynamischer Bedeutung; — die drei letztern hingegen die Momente dieser Kräfte um die Achsen $x\,y\,z$ vorstellen; — ferner von der Lage des Punctes S, oder von dessen Coordinaten $x,\ y,\ z,$; endlich von der Lage der Projectionsebene oder der Achse S, gegen die man das Moment bezieht, ab. Die Gleichung $\Gamma = K \,.\, \cos.\, \omega$ gibt aber in Bezug auf diesen letzten Umstand zu erkennen, daſs für einen und denselben Punct S des Raumes, aber für verschiedene Achsen, das Moment dennoch einerlei Gröſse hat, wenn nämlich alle diese Achsen in der Oberfläche *eines Kegels* liegen, dessen Spitze der Punct S, und dessen Achse die Hauptachse dieses Punctes S ist. Da für $\omega = 90^0$ auch $\Gamma = 0$ wird; so folgt daraus, daſs jedes Moment in Bezug auf eine solche Achse verschwinde, welche auf der Hauptachse senkrecht steht.

8. Denkt man sich in der Ebene der Achsen der Momente $K\ \Gamma$ eine dritte Gerade, senkrecht auf die Achse des Momentes Γ gezogen; so daſs $(90^0 - \omega)$ ihr Winkel mit der Hauptachse ist; und nennt $\Gamma,$ die Gröſse des Momentes in Bezug auf diese Gerade; so hat man

$$\Gamma_{,} = K \cdot \cos.(90^{\circ} - \omega) = K \cdot \sin.\omega.$$

Es ist also

$$K = \sqrt{[\Gamma^2 + \Gamma_{,}^2]}; \quad \sin.\omega = \frac{\Gamma_{,}}{K}; \quad \cos.\omega = \frac{\Gamma}{K}.$$

Man erkennt hieraus, dafs für jeden Punct des Raumes zwischen seinem Hauptmomente K und zwei andern Momenten $\Gamma\,\Gamma_{,}$ in Bezug auf zwei auf einander senkrechte Linien die nämlichen Beziehungen obwalten, als zwischen der Hypotenuse und den beiden Catheten eines rechtwinkligen Dreieckes.

Überhaupt lassen sich Hauptmomente wieder wie Intensitäten von Kräften betrachten, welche in der Richtung der Hauptachse wirken, und sind, wie diese, wieder einer *Zerlegung* und *Zusammensetzung* nach eben denselben Gesetzen fähig.

9. Da K als eine Function von $x_{,}\,y_{,}\,z_{,}$ betrachtet werden kann; so ist es möglich, dafs ein Punct des Raumes angegeben werden könne, in welchem diese Gröfse K ein Maximum oder Minimum wird. Zur Bestimmung dieses Punctes hat man die drei Gleichungen:

$$\left(\frac{dK}{dx_{,}}\right) = 0; \quad \left(\frac{dK}{dy_{,}}\right) = 0; \quad \left(\frac{dK}{dz_{,}}\right) = 0;$$

deren Entwicklungen auf nachstehende führen:

$$\mathfrak{C}.B - \mathfrak{B}.C = 0; \quad \mathfrak{A}.C - \mathfrak{C}.A = 0; \quad \mathfrak{B}.A - \mathfrak{A}.B = 0.$$

In diesem Falle hat man also

$$\frac{B}{A} = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}}; \quad \frac{C}{A} = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}}.$$

Setzt man hierin für $A\,B\,C$ die gefundenen Ausdrücke, und bedient sich nachfolgender Abkürzungen:

$$\mathfrak{A}^2 + \mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2 = \mathfrak{K}^2; \quad \mathfrak{A}.\mathfrak{X} + \mathfrak{B}.\mathfrak{Y} + \mathfrak{C}.\mathfrak{Z} = \mathfrak{D};$$

$$\left(\mathfrak{X} - \frac{\mathfrak{A}.\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}^2}\right) = X; \quad \left(\mathfrak{Y} - \frac{\mathfrak{B}.\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}^2}\right) = Y; \quad \left(\mathfrak{Z} - \frac{\mathfrak{C}.\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}^2}\right) = Z;$$

so werden jene drei Gleichungen folgende Form an-

nehmen:

$$(\mathfrak{B}\,.\,z_{,} - \mathfrak{C}\,.\,y_{,}) = X;\quad (\mathfrak{C}\,.\,x_{,} - \mathfrak{A}\,.\,z_{,}) = Y;$$
$$(\mathfrak{A}\,.\,y_{,} - \mathfrak{B}\,.\,x_{,}) = Z;$$

von welchen jede eine Folge der beiden andern ist.

Die Gröfsen ABC haben in diesem Falle die Werthe:

$$A = \frac{\mathfrak{A}\,.\,\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}^2};\quad B = \frac{\mathfrak{B}\,.\,\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}^2};\quad C = \frac{\mathfrak{C}\,.\,\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}^2};$$

und der Werth des Hauptmomentes wird folglich seyn:

$$\left(\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}}\right).$$

10. Daraus, dafs die eine jener drei Gleichungen eine Folge der beiden andern ist, ergibt sich, dafs eine von den drei Gröfsen $x_{,} y_{,} z_{,}$ willkürlich bleibt. Diefs will sagen, dafs es eigentlich unendlich viele Puncte des Raumes gibt, in denen das Hauptmoment den Werth $\left(\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}}\right)$ hat, und dafs diese Puncte in einer und derselben Geraden liegen, welche wir in Zukunft den *Durchmesser* des Systemes nennen wollen. Die Gleichungen, welche zur Bestimmung seiner Lage dienen, sind:

$$y = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}}\,.\,x + \frac{Z}{\mathfrak{A}};\quad z = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}}\,.\,x - \frac{Y}{\mathfrak{A}}.$$

Die Cosinusse der Winkel, welche dieselbe mit den coordinirten Achsen bilden, sind: $\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{K}};\ \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{K}};\ \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{K}}.$

Da ferner $\frac{B}{A} = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}};\ \frac{C}{A} = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}};$ so folgt, dafs auch die Hauptachse eines jeden Punctes des Durchmessers dieser zu gleicher Zeit selbst sey. Was endlich das Hauptmoment $\left(\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}}\right)$ anbelangt; so ist dieses das kleinste unter allen Hauptmomenten der verschiedenen Puncte des Raumes.

11. Nennt man η den Neigungswinkel einer Haupt-

achse gegen den Durchmesser; so ist

$$\cos.\eta = \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{K}} \cdot \frac{A}{K} + \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{K}} \cdot \frac{B}{K} + \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{K}} \cdot \frac{C}{K}.$$

Da nun $(\mathfrak{A}.A + \mathfrak{B}.B + \mathfrak{C}.C) = \mathfrak{D}$; so hat man:

$$\cos.\eta = \frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}.K} \quad \text{und} \quad K.\cos.\eta = \left(\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}}\right).$$

Hieraus lassen sich wieder einige merkwürdige Folgerungen ziehen. In allen Puncten, in welchen einerlei Hauptmoment Statt findet, ist auch die Neigung der Hauptachse gegen den Durchmesser dieselbe. Die Gröſse $(K.\cos.\eta)$ ist im ganzen Systeme *beständig*, und dem kleinsten Hauptmomente gleich; sie ist ferner das nach der Richtung des Durchmessers zerlegte Hauptmoment K. Endlich zeigt die Formel $\cos.\eta = \frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}.K}$, daſs die Gröſse des Neigungswinkels der Hauptachse eines Punctes gegen den Durchmesser mit der Gröſse des Hauptmomentes gleichzeitig zu- und abnehme, daſs die Abnahme die Grenze $\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}}$ hat, wozu der Winkel $\eta = 0$ gehört, und die Zunahme für das Hauptmoment ohne Grenze Statt finden könne, und daſs für $K = \infty$, $\eta = 90^\circ$ werde.

Weil

$$\Gamma = K.\cos.\omega \quad \text{und} \quad K = \frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}.\cos.\eta};$$

so ist auch: $\Gamma = \left(\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}}\right).\left(\frac{\cos.\omega}{\cos.\eta}\right).$

Man erkennt hieraus, daſs die Gröſse des Momentes für einen jeden Punct S in Bezug auf jede Achse nur von dem Verhältnisse der Cosinusse der Winkel abhängig ist, welche die gegebene Achse mit der Hauptachse des Punctes S, und diese mit dem Durchmesser macht.

Für diejenigen Achsen, für welche $\omega = \eta$, hat man also $\Gamma = \left(\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}}\right).$

II. Untersuchungen über die krumme Fläche, in welcher alle Puncte einerlei Hauptmoment besitzen.

12. Um noch mehr abzukürzen, wollen wir annehmen:

$$(\mathfrak{B}.\mathfrak{Z}-\mathfrak{C}.\mathfrak{Y})=\mathfrak{A}_{,};\ (\mathfrak{C}.\mathfrak{X}-\mathfrak{A}.\mathfrak{Z})=\mathfrak{B}_{,};\ (\mathfrak{A}.\mathfrak{Y}-\mathfrak{B}.\mathfrak{X})=\mathfrak{C}_{,};$$

$$\mathfrak{A}_{,}^{2}+\mathfrak{B}_{,}^{2}+\mathfrak{C}_{,}^{2}=\mathfrak{K}_{,}^{2};\quad \mathfrak{X}^{2}+\mathfrak{Y}^{2}+\mathfrak{Z}^{2}=\mathfrak{W}^{2};$$

$$\mathfrak{A}.x_{,}+\mathfrak{B}.y_{,}+\mathfrak{C}.z_{,}=\rho;\quad \mathfrak{A}_{,}.x_{,}+\mathfrak{B}_{,}.y_{,}+\mathfrak{C}_{,}.z_{,}=\rho_{,};$$

$$x_{,}^{2}+y_{,}^{2}+z_{,}^{2}=r_{,}^{2}.$$

Entwickelt man nun den Ausdruck K: so wird man nach einigen einfachen Reductionen auf nachstehende Form gelangen:

$$K=\sqrt{[\mathfrak{W}^{2}+\mathfrak{K}^{2}\,.\,r_{,}^{2}-\rho^{2}+2\,.\,\rho_{,}]}.$$

Ich bemerke hier, daſs die Gleichung $\rho=0$ derjenigen Ebene zugehöre, welche durch den Anfangspunct der Coordinaten senkrecht auf den Durchmesser des Systemes gelegt wird, und daſs im Gegentheile $\rho_{,}=0$ die Gleichung einer durch den Anfangspunct und den Durchmesser gelegten Ebene sey. Wenn man den Anfangspunct der Coordinaten in einen Punct des Durchmessers überträgt, was ohne Beeinträchtigung der Allgemeinheit der Untersuchung immer geschehen kann; so hat man für diesen Fall $\rho_{,}=0$, und das Hauptmoment des Punctes $(x_{,}\,y_{,}\,z_{,})$ erhält den Werth

$$K=\sqrt{[\mathfrak{W}^{2}+\mathfrak{K}^{2}\,.\,r_{,}^{2}-\rho^{2}]};$$

oder weil hier $\mathfrak{W}$ das Hauptmoment des Anfangspunctes, also zugleich des Durchmessers und gleich $\left(\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}}\right)$ ist; so hat man:

$$K=\sqrt{\left[\frac{\mathfrak{D}^{2}}{\mathfrak{K}^{2}}+\mathfrak{K}^{2}\,.\,r_{,}^{2}-\rho^{2}\right]}.$$

Aus dieser Gleichung kann jetzt sehr leicht beur-

theilt werden, welche Puncte des Raumes einerlei Hauptmoment besitzen. Denn da K eine Beständige seyn soll; so wird eben diese Gleichung die Beziehung zwischen den Coordinaten derjenigen Puncte enthalten, in welchen diefs Statt hat. Man sieht zugleich, dafs dieselben *in einer krummen Fläche* liegen. Um von ihrer Beschaffenheit eine nähere Kenntnifs zu erlangen, wollen wir den Schnitt dieser Fläche mit einer durch den Anfangspunct der Coordinaten senkrecht auf den Durchmesser gelegten Ebene, deren Gleichung $v = o$ ist, betrachten. Für alle Puncte dieses Schnittes hat man die Gleichung

$$K^2 = \left(\frac{\mathfrak{D}^2}{\mathfrak{K}^2} + \mathfrak{K}^2 \cdot r_,^2\right) \quad \text{oder} \quad r_, = \frac{\sqrt{(\mathfrak{K}^2 \cdot K^2 - \mathfrak{D}^2)}}{\mathfrak{K}^2};$$

worin jetzt $r_,$ der Abstand des Punctes $(x_, y_, z_,)$ vom Durchmesser ist. Hieraus folgt also, dafs der Schnitt der Ebene $v = o$ mit der krummen Fläche eine *Kreislinie* sey, die ihren Mittelpunct im Durchmesser liegen habe. Da man nun den Anfangspunct der Coordinaten in was immer für einem Puncte des Durchmessers annehmen kann, und in Betreff dessen die nämlichen Schlüsse gelten; so ist das Ergebnifs: *dafs alle Puncte, welche einerlei Hauptmoment besitzen, in der Oberfläche eines Cylinders liegen, dessen Achse der Durchmesser des Systems ist.*

13. Um den allgemeinen Ausdruck des Abstandes des Punctes $x_, y_, z_,$ vom Durchmesser des Systemes zu finden; denke man sich durch ihn eine auf diesen Durchmesser senkrecht gelegte Ebene. Die Gleichung dieser Ebene ist:

$$\mathfrak{A} \cdot (x - x_,) + \mathfrak{B} \cdot (y - y_,) + \mathfrak{C} \cdot (z - z_,) = o.$$

Verbindet man mit dieser Gleichung die des Durchmessers, und sucht aus ihnen die Coordinaten $x y z$, de-

ren Werthe ich mit $x_0\, y_0\, z_0$ bezeichnen will; so wird man finden:

$$x_0 = \left(\frac{\mathfrak{A}\,.\,v - \mathfrak{A}_{,}}{\mathfrak{K}^2}\right);\; y_0 = \left(\frac{\mathfrak{B}\,.\,v - \mathfrak{B}_{,}}{\mathfrak{K}^2}\right);\; z_0 = \left(\frac{\mathfrak{C}\,.\,v - \mathfrak{C}_{,}}{\mathfrak{K}^2}\right);$$

und diese sind zugleich die Coordinaten desjenigen Punctes, in welchem die gedachte Ebene, oder das vom Puncte $(x_{,}\, y_{,}\, z_{,})$ auf den Durchmesser gefällte Loth, denselben trifft. Bezeichnet R den Abstand dieses Punctes $(x_{,}\, y_{,}\, z_{,})$ vom Durchmesser; so hat man:

$$R = \sqrt{\left[\left(\frac{\mathfrak{A}\,.\,v - \mathfrak{A}_{,}}{\mathfrak{K}^2} - x_{,}\right)^2 + \left(\frac{\mathfrak{B}\,.\,v - \mathfrak{B}_{,}}{\mathfrak{K}^2} - y_{,}\right)^2 + \left(\frac{\mathfrak{C}\,.\,v - \mathfrak{C}_{,}}{\mathfrak{K}^2} - z_{,}\right)^2\right]}.$$

Die gehörige Entwicklung dieses Ausdruckes führt auf die Form:

$$R = \frac{1}{\mathfrak{K}}\,.\sqrt{\left[\mathfrak{K}^2\,.\,r_{,}^2 - v^2 + 2\,.\,v_{,} + \frac{\mathfrak{K}_{,}^2}{\mathfrak{K}^2}\right]},$$

d. i. $$\mathfrak{K}\,.\,R = \sqrt{\left[K^2 - \left(\frac{\mathfrak{K}^2\,.\,\mathfrak{W}^2 - \mathfrak{K}_{,}^2}{\mathfrak{K}^2}\right)\right]}.$$

Nun ist aber $(\mathfrak{K}^2\,.\,\mathfrak{W}^2 - \mathfrak{K}_{,}^2) = \mathfrak{D}^2$; folglich hat man

$$\mathfrak{K}\,.\,R = \sqrt{\left(K^2 - \frac{\mathfrak{D}^2}{\mathfrak{K}^2}\right)};$$

eine Gleichung, welche mit der in der vorigen Nummer genau übereinstimmt.

Diese Gleichung lehrt, daſs der Unterschied der Quadrate der Hauptmomente eines Punctes des Cylinders und seiner Achse (des Durchmessers) der Querschnittsfläche des Cylinders proportional sey. — In dem besondern Falle, da $\mathfrak{D} = 0$, hätte man $K = \mathfrak{K}\,.\,R$; dann wäre das Hauptmoment eines jeden Punctes im Raume seinem Abstande vom Durchmesser proportional. Der in Rede stehende Fall ist derselbe, da alle am Systeme (von unveränderlicher Form) angebrachten Kräfte *durch*

eine einzige Kraft ersetzt werden können; und die Gleichung $\mathfrak{D} = 0$ ist die Bedingungsgleichung dazu.

Der Unterschied der Quadrate zweier Hauptmomente zweier verschiedener Puncte des Raumes ist dem Unterschiede der Quadrate ihrer Abstände vom Durchmesser proportional.

14. Die vorhergehende Gleichung wollen wir noch unter die Form bringen:

$$\left(\frac{K}{\mathfrak{K}}\right) = \sqrt{\left[R^2 + \left(\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}^2}\right)^2\right]} = Q.$$

Dieses vorausgesetzt, stelle man sich in den verschiedenen Puncten einer durch was immer für einen Punct I des Durchmessers senkrecht auf ihn gelegten Ebene, welche ich gleichfalls die Ebene I nennen will, zum Durchmesser parallele Linien über und unter derselben vor, auf welchen Stücke abgeschnitten werden, welche den Hauptmomenten in den entsprechenden Puncten proportional sind; so ist der geometrische Ort aller dieser Puncte eine *hyperbolische* Fläche. Nennt man die Puncte der Ebene I, in welchen man die Lothe errichtet, $P' \, P'' \, P''' \ldots$, und denkt sich die auf dieser Ebene senkrechten Stücke $P' M'$, $P'' M''$, $P''' M''$, . . . über, so wie $P' M_{,}$, $P'' M_{,,}$, $P''' M_{,,,}$, . . . unterhalb den in diesen Puncten $P' \, P'' \, P''' \ldots$ Statt findenden Hauptmomenten proportional; so liegen alle Puncte $M' \, M'' \, M''' \ldots$ über, und $M_{,} \, M_{,,} \, M_{,,,} \ldots$ unter der Ebene I in einer Fläche, welche man als durch Umdrehung einer Hyperbel um den Durchmesser des Systems, der zugleich ihre Achse ist, entstanden denken kann.

Liegen also die Puncte $P' \, P'' \, P''' \ldots$ in einer, in der Ebene I mit dem Halbmesser R aus dem Puncte I beschriebenen Kreislinie; so hat man alle diese Abstände $P' M'$, $P'' M'$, . . . und $P' M_{,}$, $P'' M_{,,}$, . . . einander gleich, d. i. $= Q$ zu nehmen. Liegen aber diese Puncte

$P' P'' P'''$ . . . in einer und derselben, durch I gezogenen Geraden; so sind $P'M'$, $P''M''$, . . . die zu den Abscissen IP', IP'', . . . gehörigen Ordinaten einer Hyperbel, deren Gleichung ist:

$$Q = \sqrt{\left[R^2 + \left(\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}^2}\right)\right]}.$$

Diese Gleichung der Hyperbel zeigt unter andern an, daſs sie eine gleichseitige sey, daſs der Abstand der Scheitelpuncte, zu beiden Seiten der Ebene I, gleich sey $\left(\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}^2}\right)$, daſs die Erhöhung ihres Brennpunctes über der nämlichen Ebene $= \frac{\mathfrak{D} \cdot \sqrt{2}}{\mathfrak{K}^2}$; daſs der Halbmesser des Kreisschnittes der hyperbolischen Fläche mit der durch den Brennpunct zur Ebene I parallelen Ebene gleich sey $\left(\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{K}^2}\right)$; u. s. w.

III. Entwicklungen einiger merkwürdiger Beziehungen zwischen den die Gröſse des Hauptmomentes bestimmenden Stücken.

15. Ehe ich weitere Untersuchungen über die Eigenschaften der Puncte des Raumes, rücksichtlich ihrer Hauptmomente und Hauptachsen, anstelle, in welchen sehr häufig symmetrische Zusammensetzungen aus den Gröſsen $\mathfrak{A}\,\mathfrak{B}\,\mathfrak{C}$; $\mathfrak{X}\,\mathfrak{Y}\,\mathfrak{Z}$, welche sich auf das System der Puncte $m'\,m''\,m'''$ . . . beziehen, und $x_{\prime}\,y_{\prime}\,z_{\prime}$, welche die Lage des Punctes S bestimmen, vorzukommen pflegen, dergleichen wir auch schon mehrere im Vorhergehenden kennen gelernt haben; so wollen wir unsere Aufmerksamkeit auf diese Gröſsen wenden, und einige ihrer besondern Eigenschaften hier entwickeln.

Man formire nun die Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} A &= \mathfrak{X} + \mathfrak{C} \cdot y_{,} - \mathfrak{B} \cdot z_{,};\\ B &= \mathfrak{Y} + \mathfrak{A} \cdot z_{,} - \mathfrak{C} \cdot x_{,};\\ C &= \mathfrak{Z} + \mathfrak{B} \cdot x_{,} - \mathfrak{A} \cdot y_{,}; \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{D} &= \mathfrak{A} \cdot \mathfrak{X} + \mathfrak{B} \cdot \mathfrak{Y} + \mathfrak{C} \cdot \mathfrak{Z};\\ \mathfrak{K}^2 &= \mathfrak{A}^2 + \mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2;\\ \mathfrak{W}^2 &= \mathfrak{X}^2 + \mathfrak{Y}^2 + \mathfrak{Z}^2; \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} X &= \mathfrak{X} - \frac{\mathfrak{A} \cdot \mathfrak{D}}{\mathfrak{K}^2};\\ Y &= \mathfrak{Y} - \frac{\mathfrak{B} \cdot \mathfrak{D}}{\mathfrak{K}^2};\\ Z &= \mathfrak{Z} - \frac{\mathfrak{C} \cdot \mathfrak{D}}{\mathfrak{K}^2}; \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{A}_{,} &= \mathfrak{B} \cdot \mathfrak{Z} - \mathfrak{C} \cdot \mathfrak{Y} = \mathfrak{B} \cdot Z - \mathfrak{C} \cdot Y;\\ \mathfrak{B}_{,} &= \mathfrak{C} \cdot \mathfrak{X} - \mathfrak{A} \cdot \mathfrak{Z} = \mathfrak{C} \cdot X - \mathfrak{A} \cdot Z;\\ \mathfrak{C}_{,} &= \mathfrak{A} \cdot \mathfrak{Y} - \mathfrak{B} \cdot \mathfrak{X} = \mathfrak{A} \cdot Y - \mathfrak{B} \cdot X; \end{aligned}\right\} \ldots \quad (4)$$

$$\left.\begin{aligned} D &= (A \cdot X + B \cdot Y + C \cdot Z);\\ K^2 &= A^2 + B^2 + C^2;\\ W^2 &= X^2 + Y^2 + Z^2; \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (5)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B} \cdot C - \mathfrak{C} \cdot B &= A_{,};\\ \mathfrak{C} \cdot A - \mathfrak{A} \cdot C &= B_{,};\\ \mathfrak{A} \cdot B - \mathfrak{B} \cdot A &= C_{,}; \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (6)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{X}_{,} &= \mathfrak{A} \cdot \mathfrak{W}^2 - \mathfrak{X} \cdot \mathfrak{D} = \mathfrak{A} \cdot W^2 - X \cdot \mathfrak{D};\\ \mathfrak{Y}_{,} &= \mathfrak{B} \cdot \mathfrak{W}^2 - \mathfrak{Y} \cdot \mathfrak{D} = \mathfrak{B} \cdot W^2 - Y \cdot \mathfrak{D};\\ \mathfrak{Z}_{,} &= \mathfrak{C} \cdot \mathfrak{W}^2 - \mathfrak{Z} \cdot \mathfrak{D} = \mathfrak{C} \cdot W^2 - Z \cdot \mathfrak{D}; \end{aligned}\right\} (7)$$

$$\left.\begin{aligned} D_{,} &= A_{,}\mathfrak{X}_{,} + B_{,}\mathfrak{Y}_{,} + C_{,}\mathfrak{Z}_{,};\\ K_{,}^2 &= A_{,}^2 + B_{,}^2 + C_{,}^2;\\ \mathfrak{K}_{,}^2 &= \mathfrak{A}_{,}^2 + \mathfrak{B}_{,}^2 + \mathfrak{C}_{,}^2;\\ \mathfrak{W}_{,}^2 &= \mathfrak{X}_{,}^2 + \mathfrak{Y}_{,}^2 + \mathfrak{Z}_{,}^2; \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (8)$$

$$\left.\begin{aligned} &\mathfrak{A} \cdot x_{,} + \mathfrak{B} \cdot y_{,} + \mathfrak{C} \cdot z_{,} = v; \quad \mathfrak{A}_{,} \cdot x_{,} + \mathfrak{B}_{,} \cdot y_{,} + \mathfrak{C}_{,} \cdot z_{,} = v_{,}\\ &A \cdot x_{,} + B \cdot y_{,} + C \cdot z_{,} = \mathfrak{X} \cdot x_{,} + \mathfrak{Y} \cdot y_{,} + \mathfrak{Z} \cdot z_{,} = w\\ &x_{,}^2 + y_{,}^2 + z_{,}^2 = r_{,}^2; \quad \mathfrak{X}_{,} \cdot x_{,} + \mathfrak{Y}_{,} \cdot y_{,} + \mathfrak{Z}_{,} \cdot z_{,} = w_{,}\\ &A_{,} \cdot x_{,} + B_{,} \cdot y_{,} + C_{,} \cdot z_{,} = u_{,}; \quad X \cdot x_{,} + Y \cdot y_{,} + Z \cdot z_{,} = u. \end{aligned}\right\} (9)$$

16. Die Entwicklnngen der in vorstehenden Gleichungen vorkommenden Ausdrücke liefern uns folgende Resultate:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{C} \,.\, \mathfrak{B}_{,} - \mathfrak{B} \,.\, \mathfrak{C}_{,} &= \mathfrak{K}^2 \,.\, X; \\ \mathfrak{A} \,.\, \mathfrak{C}_{,} - \mathfrak{C} \,.\, \mathfrak{A}_{,} &= \mathfrak{K}^2 \,.\, Y; \\ \mathfrak{B} \,.\, \mathfrak{A}_{,} - \mathfrak{A} \,.\, \mathfrak{B}_{,} &= \mathfrak{K}^2 \,.\, Z; \end{aligned}\right\} \ldots \quad (10)$$

$$\left.\begin{aligned} D &= \left(\frac{\mathfrak{K}_{,}^2}{\mathfrak{K}^2} + v_{,}\right); \\ K^2 &= (\mathfrak{W}^2 + \mathfrak{K}^2 \,.\, r_{,}^2 - v^2 + 2 \,.\, v_{,}); \\ W^2 &= \left(\mathfrak{W}^2 - \frac{\mathfrak{D}^2}{\mathfrak{K}^2}\right). \end{aligned}\right\} \ldots \quad (11)$$

$$\left.\begin{aligned} A_{,} &= \mathfrak{A}_{,} - \mathfrak{A} \,.\, v + \mathfrak{K}^2 \,.\, x_{,}; \\ B_{,} &= \mathfrak{B}_{,} - \mathfrak{B} \,.\, v + \mathfrak{K}^2 \,.\, y_{,}; \\ C_{,} &= \mathfrak{C}_{,} - \mathfrak{C} \,.\, v + \mathfrak{K}^2 \,.\, z_{,}; \end{aligned}\right\} \ldots \quad (12)$$

$$\left.\begin{aligned} D_{,} &= \mathfrak{K}^2 \,.\, (w_{,} - W^2 \,.\, v); \\ K_{,}^2 &= (\mathfrak{K}^2 \,.\, K^2 - \mathfrak{D}^2); \\ \mathfrak{K}_{,}^2 &= (\mathfrak{K}^2 \,.\, \mathfrak{W}^2 - \mathfrak{D}^3); \\ \mathfrak{W}_{,} &= \mathfrak{K}_{,} \,.\, \mathfrak{W}; \quad W = \frac{\mathfrak{K}_{,}}{\mathfrak{K}}; \end{aligned}\right\} \ldots \quad (13)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{X}_{,} &= \mathfrak{C}_{,} \,.\, \mathfrak{Y} - \mathfrak{B}_{,} \,.\, \mathfrak{Z}; \\ \mathfrak{Y}_{,} &= \mathfrak{A}_{,} \,.\, \mathfrak{Z} - \mathfrak{C}_{,} \,.\, \mathfrak{X}; \\ \mathfrak{Z}_{,} &= \mathfrak{B}_{,} \,.\, \mathfrak{X} - \mathfrak{A}_{,} \,.\, \mathfrak{Y}. \end{aligned}\right\} \ldots \quad (14)$$

17. Aus den Gröſsen $\mathfrak{A}\, \mathfrak{X}\, A\, X\, \mathfrak{A}_{,}\, A_{,}\, \mathfrak{X}_{,} \ldots$ lassen sich eine groſse Anzahl anderer Formen zusammensetzen, von welchen viele sehr einfache Reductionen zulassen. Ich werde einige derselben, die uns in der Folge nützliche Dienste leisten, hier darstellen:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{C} \,.\, \mathfrak{Y}_{,} - \mathfrak{B} \,.\, \mathfrak{Z}_{,} &= \mathfrak{D} \,.\, \mathfrak{A}_{,}; \\ \mathfrak{A} \,.\, \mathfrak{Z}_{,} - \mathfrak{C} \,.\, \mathfrak{X}_{,} &= \mathfrak{D} \,.\, \mathfrak{B}_{,}; \\ \mathfrak{B} \,.\, \mathfrak{X}_{,} - \mathfrak{A} \,.\, \mathfrak{Y}_{,} &= \mathfrak{D} \,.\, \mathfrak{C}_{,}; \end{aligned}\right\} \ldots \quad (15)$$

$$\left.\begin{aligned} C_{,} \,.\, Y - B_{,} \,.\, Z &= D \,.\, \mathfrak{A}; \\ A_{,} \,.\, Z - C_{,} \,.\, X &= D \,.\, \mathfrak{B}; \\ B_{,} \,.\, X - A_{,} \,.\, Y &= D \,.\, \mathfrak{C}; \end{aligned}\right\} \ldots \quad (16)$$

$$\left.\begin{array}{l}
\mathfrak{Y} \,.\, Z - \mathfrak{Z} \,.\, Y = \dfrac{\mathfrak{D} \,.\, \mathfrak{A}_{,}}{\mathfrak{K}^2}; \\[2ex]
\mathfrak{Z} \,.\, X - \mathfrak{X} \,.\, Z = \dfrac{\mathfrak{D} \,.\, \mathfrak{B}_{,}}{\mathfrak{K}^2}; \\[2ex]
\mathfrak{X} \,.\, Y - \mathfrak{Y} \,.\, X = \dfrac{\mathfrak{D} \,.\, \mathfrak{C}_{,}}{\mathfrak{K}^2};
\end{array}\right\} \;.\;.\; (17)$$

$$\left.\begin{array}{l}
\mathfrak{Z} \,.\, \mathfrak{Y}_{,} - \mathfrak{Y} \,.\, \mathfrak{Z}_{,} = \mathfrak{W}^2 \,.\, \mathfrak{A}_{,}; \\
\mathfrak{X} \,.\, \mathfrak{Z}_{,} - \mathfrak{Z} \,.\, \mathfrak{X}_{,} = \mathfrak{W}^2 \,.\, \mathfrak{B}_{,}; \\
\mathfrak{Y} \,.\, \mathfrak{X}_{,} - \mathfrak{X} \,.\, \mathfrak{Y}_{,} = \mathfrak{W}^2 \,.\, \mathfrak{C}_{,};
\end{array}\right\} \;.\;.\; (18)$$

$$\left.\begin{array}{l}
Z \,.\, \mathfrak{Y}_{,} - Y \,.\, \mathfrak{Z}_{,} = W^2 \,.\, \mathfrak{A}_{,}; \\
X \,.\, \mathfrak{Z}_{,} - Z \,.\, \mathfrak{X}_{,} = W^2 \,.\, \mathfrak{B}_{,}; \\
Y \,.\, \mathfrak{X}_{,} - X \,.\, \mathfrak{Y}_{,} = W^2 \,.\, \mathfrak{C}_{,};
\end{array}\right\} \;.\;.\; (19)$$

$$\left.\begin{array}{l}
\mathfrak{B}_{,} \,.\, \mathfrak{Z}_{,} - \mathfrak{C}_{,} \,.\, \mathfrak{Y}_{,} = \mathfrak{K}_{,}^2 \,.\, \mathfrak{X}; \\
\mathfrak{C}_{,} \,.\, \mathfrak{X}_{,} - \mathfrak{A}_{,} \,.\, \mathfrak{Z}_{,} = \mathfrak{K}_{,}^2 \,.\, \mathfrak{Y}; \\
\mathfrak{A}_{,} \,.\, \mathfrak{Y}_{,} - \mathfrak{B}_{,} \,.\, \mathfrak{X}_{,} = \mathfrak{K}_{,}^2 \,.\, \mathfrak{Z};
\end{array}\right\} \;.\;.\; (20)$$

$$\left.\begin{array}{l}
\mathfrak{C}_{,} \,.\, Y - \mathfrak{B}_{,} \,.\, Z = \mathfrak{X}_{,} + \mathfrak{D} \,.\, X = W^2 \,.\, \mathfrak{A}; \\
\mathfrak{A}_{,} \,.\, Z - \mathfrak{C}_{,} \,.\, X = \mathfrak{Y}_{,} + \mathfrak{D} \,.\, Y = W^2 \,.\, \mathfrak{B}; \\
\mathfrak{B}_{,} \,.\, X - \mathfrak{A}_{,} \,.\, Y = \mathfrak{Z}_{,} + \mathfrak{D} \,.\, Z = W^2 \,.\, \mathfrak{C};
\end{array}\right\} (21)$$

$$u = \left(\frac{\mathfrak{K}^2 \,.\, w - \mathfrak{D} \,.\, v}{\mathfrak{K}^2}\right); \quad u_{,} = (K^2 - \mathfrak{W}^2 - v_{,}); \;.\;.\; (22)$$

$$\left.\begin{array}{l}
\mathfrak{C}_{,} \,.\, B_{,} - \mathfrak{B}_{,} \,.\, C_{,} = \mathfrak{K}^2 \,.\, \mathfrak{A} \,.\, u; \\
\mathfrak{A}_{,} \,.\, C_{,} - \mathfrak{C}_{,} \,.\, A_{,} = \mathfrak{K}^2 \,.\, \mathfrak{B} \,.\, u; \\
\mathfrak{B}_{,} \,.\, A_{,} - \mathfrak{A}_{,} \,.\, B_{,} = \mathfrak{K}^2 \,.\, \mathfrak{C} \,.\, u;
\end{array}\right\} \;.\; (23)$$

$$\left.\begin{array}{l}
\mathfrak{B} \,.\, C_{,} - \mathfrak{C} \,.\, B_{,} = \mathfrak{D} \,.\, \mathfrak{A} - \mathfrak{K}^2 \,.\, A = A_0; \\
\mathfrak{C} \,.\, A_{,} - \mathfrak{A} \,.\, C_{,} = \mathfrak{D} \,.\, \mathfrak{B} - \mathfrak{K}^2 \,.\, B = B_0; \\
\mathfrak{A} \,.\, B_{,} - \mathfrak{B} \,.\, A_{,} = \mathfrak{D} \,.\, \mathfrak{C} - \mathfrak{K}^2 \,.\, C = C_0;
\end{array}\right\} (24)$$

$$\left.\begin{array}{l}
B \,.\, Z - C \,.\, Y = \mathfrak{A} \,.\, u + \mathfrak{D} \,.\, \mathfrak{A}_{,} = X_0; \\
C \,.\, X - A \,.\, Z = \mathfrak{B} \,.\, u + \mathfrak{D} \,.\, \mathfrak{B}_{,} = Y_0; \\
A \,.\, Y - B \,.\, X = \mathfrak{C} \,.\, u + \mathfrak{D} \,.\, \mathfrak{C}_{,} = Z_0;
\end{array}\right\} (25)$$

$$\left.\begin{array}{l}
B \,.\, \mathfrak{C}_{,} - C \,.\, \mathfrak{B}_{,} = \mathfrak{X}_{,} + \mathfrak{A} \,.\, v_{,} = \mathfrak{A}_0; \\
C \,.\, \mathfrak{A}_{,} - A \,.\, \mathfrak{C}_{,} = \mathfrak{Y}_{,} + \mathfrak{B} \,.\, v_{,} = \mathfrak{B}_0; \\
A \,.\, \mathfrak{B}_{,} - B \,.\, \mathfrak{A}_{,} = \mathfrak{Z}_{,} + \mathfrak{C} \,.\, v_{,} = \mathfrak{C}_0;
\end{array}\right\} (26)$$

$$\left.\begin{array}{l} B\,.\,C_, - C\,.\,B_, = K^2\,.\,\mathfrak{A} - \mathfrak{D}\,.\,A = \mathfrak{X}_0;\\ C\,.\,A_, - A\,.\,C_, = K^2\,.\,\mathfrak{B} - \mathfrak{D}\,.\,B = \mathfrak{Y}_0;\\ A\,.\,B_, - B\,.\,A_, = K^2\,.\,\mathfrak{C} - \mathfrak{D}\,.\,C = \mathfrak{Z}_0; \end{array}\right\}\ (27)$$

$$\left.\begin{array}{l} A_0^2 + B_0^2 + C_0^2 = K_0^2 = \mathfrak{K}^2\,.\,K_,^2;\\ \mathfrak{A}_0^2 + \mathfrak{B}_0^2 + \mathfrak{C}_0^2 = \mathfrak{K}_0^2 = [\mathfrak{K}_,^2\,.\,(\mathfrak{W}^2 + 2\,.\,v_,) + \mathfrak{K}^2\,.\,v_,^2];\\ X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2 = W_0^2 = (\mathfrak{K}^2\,.\,u^2 + \mathfrak{D}^2\,.\,\mathfrak{K}_,^2;\\ \mathfrak{X}_0^2 + \mathfrak{Y}_0^2 + \mathfrak{Z}_0^2 = \mathfrak{W}_0^2 = K^2\,.\,K_,^2; \end{array}\right\}\ (28)$$

$$\left.\begin{array}{l} B\,.\,\mathfrak{Z} - C\,.\,\mathfrak{Y} = \mathfrak{A}\,.\,w - \mathfrak{D}\,.\,x_, = X_,;\\ C\,.\,\mathfrak{X} - A\,.\,\mathfrak{Z} = \mathfrak{B}\,.\,w - \mathfrak{D}\,.\,y_, = Y_,;\\ A\,.\,\mathfrak{Y} - B\,.\,\mathfrak{X} = \mathfrak{C}\,.\,w - \mathfrak{D}\,.\,z_, = Z_,. \end{array}\right\}\ (29)$$

18. Unter denjenigen Ausdrücken, welche sich als *Trinomien* darstellen, führe ich, als die wichtigsten, blofs folgende an:

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{A}\,.\,\mathfrak{A}_, + \mathfrak{B}\,.\,\mathfrak{B}_, + \mathfrak{C}\,.\,\mathfrak{C}_, = 0;\\ \mathfrak{A}\,.\,A_, + \mathfrak{B}\,.\,B_, + \mathfrak{C}\,.\,C_, = 0;\\ \mathfrak{A}\,.\,A_0 + \mathfrak{B}\,.\,B_0 + \mathfrak{C}\,.\,C_0 = 0;\\ \mathfrak{A}\,.\,X + \mathfrak{B}\,.\,Y + \mathfrak{C}\,.\,Z = 0; \end{array}\right\}.\ (30)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{A}_,\,.\,\mathfrak{X} + \mathfrak{B}_,\,.\,\mathfrak{Y} + \mathfrak{C}_,\,.\,\mathfrak{Z} = 0;\\ \mathfrak{A}_,\,.\,X + \mathfrak{B}_,\,.\,Y + \mathfrak{C}_,\,.\,Z = 0;\\ \mathfrak{A}_,\,.\,\mathfrak{X}_, + \mathfrak{B}_,\,.\,\mathfrak{Y}_, + \mathfrak{C}_,\,.\,\mathfrak{Z}_, = 0;\\ \mathfrak{A}_,\,.\,\mathfrak{A}_0 + \mathfrak{B}_,\,.\,\mathfrak{B}_0 + \mathfrak{C}_,\,.\,\mathfrak{C}_0 = 0; \end{array}\right\}.\ (31)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{A}_0\,.\,A + \mathfrak{B}_0\,.\,B + \mathfrak{C}_0\,.\,C = 0;\\ A\,.\,A_, + B\,.\,B_, + C\,.\,C_, = 0;\\ A\,.\,X_0 + B\,.\,Y_0 + C\,.\,Z_0 = 0;\\ A\,.\,\mathfrak{X}_0 + A\,.\,\mathfrak{Y}_0 + A\,.\,\mathfrak{Z}_0 = 0; \end{array}\right\}.\ (32)$$

$$\left.\begin{array}{l} A\,.\,X_, + B\,.\,Y_, + C\,.\,Z_, = 0;\\ A_,\,.\,A_0 + B_,\,.\,B_0 + C_,\,.\,C_0 = 0;\\ A_,\,.\,\mathfrak{X}_0 + B_,\,.\,\mathfrak{Y}_0 + C_,\,.\,\mathfrak{Z}_0 = 0;\\ \mathfrak{X}\,.\,\mathfrak{X}_, + \mathfrak{Y}\,.\,\mathfrak{Y}_, + \mathfrak{Z}\,.\,\mathfrak{Z}_, = 0; \end{array}\right\}.\ (33)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{X}\,.\,X_, + \mathfrak{Y}\,.\,Y_, + \mathfrak{Z}\,.\,Z_, = 0;\\ X\,.\,X_0 + Y\,.\,Y_0 + Z\,.\,Z_0 = 0; \end{array}\right\}.\ (34)$$

$$\left.\begin{aligned}
&\mathfrak{A} \,.\, A + \mathfrak{B} \,.\, B + \mathfrak{C} \,.\, C = \mathfrak{D};\\
&\mathfrak{A} \,.\, \mathfrak{X}_{,} + \mathfrak{B} \,.\, \mathfrak{Y}_{,} + \mathfrak{C} \,.\, \mathfrak{Z}_{,} = \mathfrak{K}^2_{,};\\
&\mathfrak{A} \,.\, \mathfrak{X}_0 + \mathfrak{B} \,.\, \mathfrak{Y}_0 + \mathfrak{C} \,.\, \mathfrak{Z}_0 = K^2_{,};\\
&\mathfrak{A} \,.\, X_{,} + \mathfrak{B} \,.\, Y_{,} + \mathfrak{C} \,.\, Z_{,} = \mathfrak{K}^2 \,.\, u;\\
&\mathfrak{A} \,.\, X_0 + \mathfrak{B} \,.\, Y_0 + \mathfrak{C} \,.\, Z_0 = \mathfrak{K}^2 \,.\, u;
\end{aligned}\right\} \tag{35}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\mathfrak{A}_{,} \,.\, A + \mathfrak{B}_{,} \,.\, B + \mathfrak{C}_{,} \,.\, C = -\mathfrak{K}^2 \,.\, u;\\
&\mathfrak{A}_{,} \,.\, A_0 + \mathfrak{B}_{,} \,.\, B_0 + \mathfrak{C}_{,} \,.\, C_0 = \mathfrak{K}^4 \,.\, u;\\
&\mathfrak{A}_{,} \,.\, \mathfrak{X}_0 + \mathfrak{B}_{,} \,.\, \mathfrak{Y}_0 + \mathfrak{C}_{,} \,.\, \mathfrak{Z}_0 = \mathfrak{K}^2 \,.\, \mathfrak{D} \,.\, u;\\
&\mathfrak{A}_{,} \,.\, X_{,} + \mathfrak{B}_{,} \,.\, Y_{,} + \mathfrak{C}_{,} \,.\, Z_{,} = -\mathfrak{D} \,.\, v_{,};\\
&\mathfrak{A}_{,} \,.\, X_0 + \mathfrak{B}_{,} \,.\, Y_0 + \mathfrak{C}_{,} \,.\, Z_0 = \mathfrak{D} \,.\, \mathfrak{K}^2_{,};
\end{aligned}\right\} \tag{36}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\mathfrak{A} \,.\, \mathfrak{A}_0 + \mathfrak{B} \,.\, \mathfrak{B}_0 + \mathfrak{C} \,.\, \mathfrak{C}_0 = \mathfrak{K}^2 \,.\, D;\\
&\mathfrak{A}_{,} \,.\, A_{,} + \mathfrak{B}_{,} \,.\, B_{,} + \mathfrak{C}_{,} \,.\, C_{,} = \mathfrak{K}^2 \,.\, D;\\
&\mathfrak{A}_0 \,.\, A_{,} + \mathfrak{B}_0 \,.\, B_{,} + \mathfrak{C}_0 \,.\, C_{,} = D_{,};\\
&\mathfrak{A}_0 \,.\, A_0 + \mathfrak{B}_0 \,.\, B_0 + \mathfrak{C}_0 \,.\, C_0 = \mathfrak{K}^2 \,.\, \mathfrak{D} \,.\, D;
\end{aligned}\right\} \tag{37}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\mathfrak{A}_0 \,.\, \mathfrak{X} + \mathfrak{B}_0 \,.\, \mathfrak{Y} + \mathfrak{C}_0 \,.\, \mathfrak{Z} = \mathfrak{D} \,.\, v_{,};\\
&\mathfrak{A}_0 \,.\, \mathfrak{X}_0 + \mathfrak{B}_0 \,.\, \mathfrak{Y}_0 + \mathfrak{C}_0 \,.\, \mathfrak{Z}_0 = \mathfrak{K}^2 \,.\, K^2 \,.\, D;\\
&\mathfrak{A}_0 \,.\, X + \mathfrak{B}_0 \,.\, Y + \mathfrak{C}_0 \,.\, Z = -\mathfrak{D} \,.\, W^2;\\
&\mathfrak{A}_0 \,.\, X_0 + \mathfrak{B}_0 \,.\, Y_0 + \mathfrak{C}_0 \,.\, Z_0 = \mathfrak{K}^2 \,.\, D \,.\, u;
\end{aligned}\right\} \tag{38}$$

$$\left.\begin{aligned}
&A \,.\, A_0 + B \,.\, B_0 + C \,.\, C_0 = -K^2_{,};\\
&A \,.\, \mathfrak{X}_{,} + B \,.\, \mathfrak{Y}_{,} + C \,.\, \mathfrak{Z}_{,} = -\mathfrak{D} \,.\, v_{,};\\
&A_{,} \,.\, \mathfrak{X} + B_{,} \,.\, \mathfrak{Y} + C_{,} \,.\, \mathfrak{Z} = \mathfrak{K}^2 \,.\, u;
\end{aligned}\right\} \tag{39}$$

$$\left.\begin{aligned}
&A_{,} \,.\, X + B_{,} \,.\, Y + C_{,} \,.\, Z = \mathfrak{K}^2 \,.\, u;\\
&A_{,} \,.\, X_{,} + B_{,} \,.\, Y_{,} + C_{,} \,.\, Z_{,} = -\mathfrak{D} \,.\, u_{,};\\
&A_{,} \,.\, X_0 + B_{,} \,.\, Y_0 + C_{,} \,.\, Z_0 = \mathfrak{K}^2 \,.\, \mathfrak{D} \,.\, D;
\end{aligned}\right\} \tag{40}$$

$$\left.\begin{aligned}
&A \,.\, \mathfrak{X} + B \,.\, \mathfrak{Y} + C \,.\, \mathfrak{Z} = (\mathfrak{W}^2 + v_{,}) = D_0;\\
&\mathfrak{A}_0 \,.\, \mathfrak{X}_{,} + \mathfrak{B}_0 \,.\, \mathfrak{Y}_{,} + \mathfrak{C}_0 \,.\, \mathfrak{Z}_{,} = \mathfrak{K}^2_{,} \,.\, D_0;\\
&\mathfrak{A}_0 \,.\, X_{,} + \mathfrak{B}_0 \,.\, Y_{,} + \mathfrak{C}_0 \,.\, Z_{,} = \mathfrak{K}^2 \,.\, D_0 \,.\, u;
\end{aligned}\right\} \tag{41}$$

$$\left.\begin{aligned}
&A_0 \,.\, \mathfrak{X} + B_0 \,.\, \mathfrak{Y} + C_0 \,.\, \mathfrak{Z} = -\mathfrak{K}^2 \,.\, D;\\
&A_0 \,.\, \mathfrak{X}_{,} + B_0 \,.\, \mathfrak{Y}_{,} + C_0 \,.\, \mathfrak{Z}_{,} = \mathfrak{K}^2 \,.\, \mathfrak{D} \,.\, D;\\
&A_0 \,.\, \mathfrak{X}_0 + B_0 \,.\, \mathfrak{Y}_0 + C_0 \,.\, \mathfrak{Z}_0 = \mathfrak{D} \,.\, K^2_{,};\\
&A_0 \,.\, X + B_0 \,.\, Y + C_0 \,.\, Z = -\mathfrak{K}^2 \,.\, D;\\
&A_0 \,.\, X_{,} + B_0 \,.\, Y_{,} + C_0 \,.\, Z_{,} = \mathfrak{K}^2 \,.\, \mathfrak{D} \,.\, u;\\
&A_0 \,.\, X_0 + B_0 \,.\, Y_0 + C_0 \,.\, Z_0 = \mathfrak{K}^2 \,.\, \mathfrak{D} \,.\, u;
\end{aligned}\right\} \tag{42}$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{X} \cdot \mathfrak{X}_0 + \mathfrak{Y} \cdot \mathfrak{Y}_0 + \mathfrak{Z} \cdot \mathfrak{Z}_0 &= \mathfrak{D} \cdot u_{,}\,; \\ \mathfrak{X} \cdot X + \mathfrak{Y} \cdot Y + \mathfrak{Z} \cdot Z &= W^2; \\ \mathfrak{X} \cdot X_0 + \mathfrak{Y} : Y_0 + \mathfrak{Z} \cdot Z_0 &= \mathfrak{D} \cdot u; \end{aligned}\right\} (43)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{X}_{,} \cdot X + \mathfrak{Y}_{,} \cdot Y + \mathfrak{Z}_{,} \cdot Z &= - \mathfrak{D} \cdot W^2; \\ \mathfrak{X}_{,} \cdot X_{,} + \mathfrak{Y}_{,} \cdot Y_{,} + \mathfrak{Z}_{,} \cdot Z_{,} &= \mathfrak{K}^2 \cdot \mathfrak{W}^2 \cdot u; \\ \mathfrak{X}_{,} \cdot X_0 + \mathfrak{Y}_{,} \cdot Y_0 + \mathfrak{Z}_{,} \cdot Z_0 &= \mathfrak{K}^2 \cdot u; \end{aligned}\right\} (44)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{X}_0 \cdot X + \mathfrak{Y}_0 \cdot Y + \mathfrak{Z}_0 \cdot Z &= - \mathfrak{D} \cdot D; \\ \mathfrak{X}_0 \cdot X_{,} + \mathfrak{Y}_0 \cdot Y_{,} + \mathfrak{Z}_0 \cdot Z_{,} &= \mathfrak{K}^2 \cdot K^2 \cdot u; \\ \mathfrak{X}_0 \cdot X_0 + \mathfrak{Y}_0 \cdot Y_0 + \mathfrak{Z}_0 \cdot Z_0 &= \mathfrak{K}^2 \cdot K^2 \cdot u; \\ X \cdot X_{,} + Y \cdot Y_{,} + Z \cdot Z_{,} &= - \mathfrak{D} \cdot u. \end{aligned}\right\} (45)$$

(Die Fortsetzung folgt.)

III.

Auflösung zweier arithmetischer Aufgaben *);

von

A. v. Ettingshausen.

Erste Aufgabe.

Man soll die Anzahl der Zahlen finden, welche eine gegebene (ganze positive) Zahl A nicht übertreffen, und außer der Einheit keinen Theiler gemeinschaftlich mit derselben besitzen.

Auflösung.

Es seyen a, b, c, d, ... die Primzahlen, durch welche A getheilt werden kann, mithin

$$A = a^{\alpha}\, b^{\beta}\, c^{\gamma}\, d^{\delta} \,\ldots,$$

wobei die Exponenten α, β, γ, δ, ... offenbar ganze

*) Vergl. *Gauſs disquisitiones arithm. p.* 30, 33.

positive Zahlen vorstellen. Die Zahlen, deren Menge zu bestimmen ist, bleiben zurück, wenn man aus der Reihe

(I.) $1, 2, 3, 4, 5, \ldots\ldots A-2, A-1, A$

alle Glieder heraushebt, welche sich durch eine oder mehrere der Primzahlen $a, b, c, d, \ldots.$ theilen lassen. Verrichtet man diese Absonderung stufenweise, und mit genauer Abzählung der ausgeschiedenen Glieder, so gelangt man ohne Mühe zur Auflösung der vorgelegten Aufgabe.

Die Glieder der Reihe I., welche durch a getheilt werden können, sind

$$a, 2a, 3a, 4a, \ldots\ldots\ldots a^\alpha b^\beta c^\gamma d^\delta \ldots.;$$

ihre Anzahl ist $= \frac{a^\alpha b^\beta c^\gamma d^\delta \ldots.}{a} = \frac{A}{a}$: mithin kommen in der Reihe I. nothwendig

(II.) $$A - \frac{A}{a} = A\left(1 - \frac{1}{a}\right)$$

Glieder vor, welche sich durch a nicht theilen lassen.

Die Glieder der Reihe I., welchen der Divisor b entspricht, sind

$$b, 2b, 3b, 4b, \ldots\ldots\ldots a^\alpha b^\beta c^\gamma d^\delta \ldots..$$

Unter diesen erscheinen so viele durch a nicht theilbare Zahlen, als sich solche Zahlen in der Reihe der Coefficienten von b, nämlich in der Reihe

$$1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\ldots a^\alpha b^{\beta-1} c^\gamma d^\delta \ldots.$$

angeben lassen. Die Anzahl dieser letzteren ist aber

(III.) $$= \frac{A}{b}\left(1 - \frac{1}{a}\right),$$

weil man, um dieselbe zu erhalten, bloſs in der obigen Formel (II.) $a^\alpha b^{\beta-1} c^\gamma d^\delta \ldots.$ oder $\frac{A}{b}$ an die Stelle

von A zu setzen braucht: mithin kommen in der Reihe I. so viele durch b, nicht aber durch a theilbare Glieder vor, als der Ausdruck III. anzeigt. Diese muſs man aus dem Inbegriffe sämmtlicher durch a nicht theilbarer Glieder der Reihe I. weglassen, um diejenigen Glieder dieser Reihe zu erhalten, welche weder a noch b als Divisor gestatten.

Es ist also die Anzahl der Glieder der Reihe I., welche weder durch a, noch durch b theilbar sind,

$$\text{(IV.)} = A\left(1-\frac{1}{a}\right)-\frac{A}{b}\left(1-\frac{1}{a}\right)=A\left(1-\frac{1}{a}\right)\left(1-\frac{1}{b}\right).$$

Die durch c theilbaren Glieder der Reihe I. sind

$$c,\ 2c,\ 3c,\ 4c,\ \ldots\ldots\ldots\ a^\alpha\, b^\beta\, c^\gamma\, d^\delta\ \ldots\ldots$$

Unter diesen trifft man so viele durch a und b nicht theilbare Glieder an, als in der Coefficientenreihe

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \ldots\ldots\ldots\ a^\alpha\, b^\beta\, c^{\gamma-1}\, d^\delta\ \ldots$$

durch a und b nicht theilbare Zahlen erscheinen, nämlich der Formel IV. zu Folge, eine Menge von

$$\text{(V.)} \qquad \frac{A}{c}\left(1-\frac{1}{a}\right)\left(1-\frac{1}{b}\right)$$

Gliedern; zieht man diese von der Anzahl der in I. enthaltenen, weder durch a noch durch b theilbaren Glieder ab, so zeigt die Differenz

$$\text{(VI.)} \quad A\left(1-\frac{1}{a}\right)\left(1-\frac{1}{b}\right)-\frac{A}{c}\left(1-\frac{1}{a}\right)\left(1-\frac{1}{b}\right)=$$
$$=A\left(1-\frac{1}{a}\right)\left(1-\frac{1}{b}\right)\left(1-\frac{1}{c}\right)$$

die Menge der Glieder der Reihe I. an, welche weder durch a noch durch b, noch durch c getheilt werden können.

Auf dieselbe Weise ergibt sich für die Anzahl der Glieder in I., welche durch keine der Primzahlen a, b,

c, d getheilt werden können, der Ausdruck

(VII.) $$A\left(1-\frac{1}{a}\right)\left(1-\frac{1}{b}\right)\left(1-\frac{1}{c}\right)\left(1-\frac{1}{d}\right).$$

Im Allgemeinen ist also

(VIII.) $$A\left(1-\frac{1}{a}\right)\left(1-\frac{1}{b}\right)\left(1-\frac{1}{c}\right)\left(1-\frac{1}{d}\right)\ldots\ldots=$$
$$=A\left(\frac{a-1}{a}\right)\left(\frac{b-1}{b}\right)\left(\frac{c-1}{c}\right)\left(\frac{d-1}{d}\right)\ldots\ldots$$

der Ausdruck für die Anzahl der Zahlen, welche eine gegebene, durch die Primzahlen a, b, c, d, ... theilbare, Zahl A nicht übertreffen, und durch keine der genannten Primzahlen theilbar sind.

Zweite Aufgabe.

Man soll den Betrag der Summe ausmitteln, welche entsteht, wenn man für jeden Divisor einer gegebenen Zahl A die Menge der Zahlen bestimmt, welche diesen Divisor nicht übertreffen, und durch keinen seiner Factoren theilbar sind, und alle so erhaltenen Resultate addirt.

Auflösung.

Es sey wieder $A = a^\alpha\, b^\beta\, c^\gamma\, d^\delta \ldots.$, wobei a, b, c, d, ... ungleiche Primzahlen, und $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \ldots.$ ganze positive Exponenten vorstellen, so ergeben sich sämmtliche Divisoren der Zahl A, wenn man im Producte $a^\mu\, b^\nu\, c^\rho\, d^\sigma \ldots.$ den unbestimmten Exponenten $\mu, \nu, \rho, \sigma, \ldots.$ die Werthe 0, 1, 2, 3, 4, ... in allen möglichen Zusammenstellungen, bei welchen μ nicht gröſser ausfällt als α; ν nicht gröſser als β; ρ nicht gröſser als γ, u. s. w. beilegt. Denkt man sich nun unter $a^\mu\, b^\nu\, c^\rho\, d^\sigma \ldots.$ einen bestimmten Divisor der Zahl A, so erhält man die Anzahl der Zahlen, welche nicht gröſser sind, als dieser Divisor, und durch keinen sei-

ner Factoren gemessen werden, sie heiſse der Kürze wegen $\varphi(a^\mu b^\nu c^\rho d^\sigma \ldots)$, wie aus der Auflösung der vorhergehenden Aufgabe hervorgeht, mittelst der Formel

$$\varphi(a^\mu b^\nu c^\rho d^\sigma \ldots) =$$
$$= a^\mu b^\nu c^\rho d^\sigma \ldots \left(\frac{a-1}{a}\right)\left(\frac{b-1}{b}\right)\left(\frac{c-1}{c}\right)\left(\frac{d-1}{d}\right)\ldots,$$

worin jedoch keiner der Factoren

$$\frac{a-1}{a}, \frac{b-1}{b}, \frac{c-1}{c}, \frac{d-1}{d}, \ldots$$

sich auf eine im Producte $a^\mu b^\nu c^\rho d^\sigma \ldots$ mit dem Exponenten o versehene Potenz beziehen darf, weil dann diejenige unter den Primzahlen $a, b, c, d, \ldots$ aus welcher ein solcher Factor entspringen soll, in dem Divisor $a^\mu b^\nu c^\rho d^\sigma \ldots$ gar nicht enthalten ist.

Addirt man alle Werthe von $\varphi(a^\mu b^\nu c^\rho d^\sigma \ldots)$, in so ferne durchgehends dieselben unter den Zahlen $a, b, c, d, \ldots$ mit dem Exponenten o, die übrigen dieser Zahlen aber mit allen Exponenten, welche sie an sich tragen dürfen, versehen sind, so findet man, weil alle diese Werthe von $\varphi(a^\mu b^\nu c^\rho d^\sigma \ldots)$ einen gemeinschaftlichen Factor besitzen,

$$\Sigma\varphi(a^\mu b^\nu c^\rho d^\sigma \ldots) =$$
$$= \left(\frac{a-1}{a}\right)\left(\frac{b-1}{b}\right)\left(\frac{c-1}{c}\right)\left(\frac{d-1}{d}\right)\ldots \Sigma a^\mu b^\nu c^\rho d^\sigma \ldots,$$

wobei der Buchstabe Σ als Summenzeichen dient.

Die verschiedenen Werthe, welche $a^\mu b^\nu c^\rho d^\sigma \ldots$ unter der so eben gemachten Voraussetzung annimmt, stimmen offenbar mit den Gliedern des Productes

$$(a+a^2+a^3+a^4+\ldots+a^\alpha)(b+b^2+b^3+b^4+\ldots+b^\beta)\times$$
$$\times(c+c^2+c^3+c^4+\ldots+c^\gamma) \text{ etc.}$$

übcrein, d. h. es ist

$$\Sigma a^{\mu} b^{\nu} c^{\rho} d^{\sigma} \ldots\ldots =$$

$$= \frac{a^{\alpha+1}-a}{a-1} \cdot \frac{b^{\beta+1}-b}{b-1} \cdot \frac{c^{\gamma+1}-c}{c-1} \cdot \frac{d^{\delta+1}-d}{d-1} \ldots\ldots,$$

wenn man nur, falls unter den Exponenten $\mu, \nu, \rho, \sigma, \ldots.$ einige $= 0$ gesetzt worden sind, die diesen Exponenten zugehörigen Factoren wegläſst.

Hieraus folgt, mit Beobachtung dieser Beschränkung,

$$\Sigma \varphi (a^{\mu} b^{\nu} c^{\rho} d^{\sigma} \ldots.) = (a^{\alpha}-1)(b^{\beta}-1)(c^{\gamma}-1)(d^{\delta}-1)\ldots.$$

Gibt man nun in diesem Ausdrucke zuerst sämmtlichen Exponenten μ, ν, ρ, σ den Werth 0, sodann nur einem, und hierauf nur zweien, nur dreien derselben u. s. w. in jeder möglichen Abwechslung alle von 0 verschiedenen Werthe, deren sie fähig sind, und addirt man alle durch dieses Verfahren gewonnenen Resultate, so erhält man die in der Aufgabe geförderte Summe. Sie ist also

$$= 1 + (a^{\alpha}-1) + (b^{\beta}-1) + (c^{\gamma}-1) + (d^{\delta}-1) + \ldots$$

$$+ (a^{\alpha}-1)(b^{\beta}-1) + (a^{\alpha}-1)(c^{\gamma}-1) + \ldots.$$

$$\ldots. + (a^{\beta}-1)(c^{\gamma}-1) + \ldots.$$

$$+ (a^{\alpha}-1)(b^{\beta}-1)(c^{\gamma}-1)$$

$$+ (a^{\alpha}-1)(b^{\beta}-1)(d^{\delta}-1) + \ldots.$$

$$+ (a^{\alpha}-1)(b^{\beta}-1)(c^{\gamma}-1)(d^{\delta}-1) + \ldots.$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$= (1 + a^{\alpha} - 1)(1 + b^{\beta} - 1)(1 + c^{\gamma} - 1)(ä + d^{\delta} - 1)\ldots$$

$$= a^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma} d^{\delta} \ldots. =$$ der gegebenen Zahl A selbst.

IV.

Über Hygrometer, nach des Ritters v. *Bürg* Beobachtungen;

von

A. Baumgartner.

1. Die Wichtigkeit eines zur Bestimmung des Feuchtigkeitsgrades der Luft brauchbaren Instrumentes ist so sehr anerkannt, daſs es nicht Noth thut, darüber noch etwas zn sprechen, aber auch nicht viel Entschuldigung braucht, wenn man Erfahrungen bekannt macht, die zur Entscheidung der Frage: welches der gangbaren Hygrometer ist das beste? etwas beitragen, oder sie gar entscheidend zu beantworten geeignet seyn dürften.

Es ist kaum zu zweifeln, daſs Kenner des gegenwärtigen Zustandes der physikalischen Instrumente diese Frage auf andere Hygrometer ausdehnen werden, als auf das Haarhygrometer, das Schwefelätherhygrometer, und auf das *Leslie*'sche Hygrometer, mit welchem das von *August* sogenannte *Psychrometer* dem Wesen nach zusammenfällt, und daher füglich jedes Hygrometer vorstellen kann, wobei der Feuchtigkeitszustand des Raumes, in welchem es sich befindet, durch den Temperaturunterschied eines trockenen und eines mit Wasser befeuchteten Thermometers bestimmt wird. Alle anderen Hygrometer gehören (wenn man etwa das Fischbeinhygrometer ausnimmt, welches dem Wesen nach wieder mit einem Haarhygrometer zusammenfällt) in die Classe derjenigen, die höchstens den Namen Hygroskope verdienen, und zur numerischen Ausmittelung des Feuchtigkeitszustandes nicht geeignet sind.

2. Ich habe schon im vierten Bande dieser Zeitschrift

Beobachtungen von R. v. *Bürg* mitgetheilt, aus denen hervorgeht, daſs das Haarhygrometer in Betreff seiner Richtigkeit den zwei anderen oben genannten nachsteht, und habe mich entschieden für das Psychrometer ausgesprochen. Allein, wenn es sich um den Werth eines Instrumentes handelt, das von einem so ausgezeichneten Beobachter und so umsichtigen Gelehrten herrührt, wie das Haarhygrometer, und insbesondere, wenn es sich um Zurücksetzung eines solchen Instrumentes handelt; so kann man nicht leicht zu viele Belege anführen, aus denen hervorgeht, daſs dieses Instrument nicht die ihm lange Zeit hindurch beigelegte Genauigkeit gewähre.

Der Ritter v. *Bürg* hat seine Beobachtungen über die demselben Feuchtigkeitszustande entsprechenden Anzeigen obiger drei Hygrometer fortgesetzt, und hatte die Güte, mir die Resultate derselben mitzutheilen. Zugleich hat er aber auch die relative Spannkraft der Dünste für jede einzelne mit dem Schwefelätherhygrometer und dem Psychrometer angestellte Beobachtung gesucht, und aus dieser Spannkraft den Stand berechnet, den ein Haarhygrometer haben müſste, wenn es ein mit ihnen übereinstimmendes Resultat gewähren soll, und zwar nach der bekannten von *Gay-Lussac* entworfenen Tabelle, und nach einer anderen, welche *Prinsep* aus eigenen Versuchen über das Haarhygrometer abgeleitet hat, und die in Bd. 2., S. 39 dieser Zeitschrift enthalten ist. Ich habe in dem vorhin citirten Aufsatze auf ähnlichem Wege das Haarhygrometer mit dem Schwefelätherhygrometer und dem Psychrometer zu vergleichen gesucht, bin aber von der Ansicht ausgegangen, es müssen alle aus dem Haarhygrometer nach *Gay-Lussac* abgeleiteten Spannkräfte erst von der Temperatur 10° C., für welche *Gay-Lussac* seine Tabelle entwarf, auf die bestehende Lufttemperatur reducirt werden, und fand

auf diesem Wege zwischen den Angaben beider Hygrometer auffallend grofse Differenzen. Ritter v. *Bürg* liefs aber die Hygrometergrade nach *Gay-Lussac's* Tabelle ohne weitere Verbesserung für jede Temperatur gelten, und ich mufs ihm nach reiflicher Überlegung vollkommen beistimmen. Auf diese Weise werden zwar die Differenzen zwischen dem beobachteten Haarhygrometergrade und den Resultaten des Schwefelätherhygrometers und Psychrometers viel kleiner, aber noch immer grofs genug, um meine Meinung, das Haarhygrometer stehe dem Psychrometer nach, zu rechtfertigen. Ich lasse hier von den Resultaten der *Bürg*'schen Beobachtungen, die vom 23. Juli 1827 bis 28. April 1828 angestellt wurden, das folgen, was auf dem vorher angegebenen Wege daraus berechnet wurde, nämlich unter *G. L.* die aus der *Gay-Lussac*'schen, und unter *P.* die aus der *Prinsep'*-schen Tabelle abgeleiteten Resultate, unter *H.* die Anzeigen des Haarhygrometers. Die übrigen Beobachtungen folgen später. Die Werthe von *G. L.* und *P.* weichen zwar nur wenig von einander ab, ich habe aber doch aus beiden das arithmetische Mittel gewonnen, und lasse es unter der Rubrik *M.* folgen; um endlich die Art und Gröfse der Abweichung des Haarhygrometers von den übereinstimmenden Angaben des Schwefelätherhygrometers und des Psychrometers leichter beurtheilen zu können, setze ich die Differenzen mit ihren Zeichen bei.

Jahr 1827.	*G. L.*	*P.*	*H.*	*M.*	*M—H.*
23. Juli . .	90.4	90.2	86.7	90.3	3.6
24. » . . .	81.9	81.9	70.5	81.9	11.4
25. » . . .	83.9	83.8	73.5	83.85	10.35
26. » . . .	87.4	87.3	79.5	87.35	7.85
27. » . . .	91.0	90.9	87	90.95	3.95

Jahr 1827.	*G. L.*	*P.*	*H.*	*M.*	*M—H.*
28. Juli . .	79.8	79.8	69.3	79.8	10.5
29. » . . .	76.8	77.2	63.6	77	13.4
30. » . . .	84.0	83.8	72.8	83.65	10.85
31. » . . .	85.2	85.1	72.5	85.15	12.65
1. August .	87.5	87.3	79.1	87.4	8.3
2. » .	88.8	88.6	81.5	88.7	7.2
3. » .	90.4	90.2	86	90.3	4.3
4. » .	92.3	92.1	88.7	92.2	3.5
5. » .	92.1	91.9	91.3	92	0.7
6. » .	91.4	91.1	90.0	91.25	1.25
7. » .	75.9	76.5	67.1	76.2	9.1
8. » .	81.5	81.5	68.7	81.5	12.8
9. » .	87.0	86.9	80	86.95	6.95
10. » .	82.6	82.5	75	82.55	7.55
11. » .	89.0	88.8	85.4	88.9	3.5
12. » .	82.6	82.6	72	82.6	10.6
13. » .	85.4	85.3	73.7	85.35	11.65
14. » .	82.6	82.6	75	82.6	7.6
15. » .	89.4	89.3	83.3	89.35	6.05
16. » .	85.1	84.9	75.6	85	9.4
17. » .	89.3	89.2	85	89.25	4.25
18. » .	91.3	91.2	90	91.25	1.25
19. » .	91.0	90.9	85.8	90.95	5.15
20. » .	87.9	87.7	82.5	87.8	3.5
21. » .	91.4	91.3	91.0	91.35	0.35
22. » .	86.7	86.6	82.7	86.65	3.95
23. » .	88.2	88.0	86.2	80.1	— 6.1
24. » .	75.2	75.9	68.0	75.55	7.55
25. » .	83.5	83.5	75.4	83.5	8.1
26. » .	80.9	80.9	78.6	80.9	2.3
27. » .	78.4	78.7	73.5	78.55	5.05
28. » .	82.3	82.2	78	82.25	4.25
29. » .	69.7	71.0	65	70.35	5.35
30. » .	72.7	73.7	67	73.2	6.2
31. » .	81.4	81.5	78	81.45	3.45

Jahr 1827.	G. L.	P.	H.	M.	M—H.
1. September	85.9	85.7	84	85.8	1.3
2. — »	86.8	86.7	86.7	86.75	0.05
3. — »	89.6	89.5	89	89.55	0.55
4. — »	91.0	90.9	91.7	90.95	— 0.75
5. — »	88.7	88.6	87.7	88.65	0.95
6. — »	88.3	88.2	89	88.25	— 0.75
7. — »	89.6	89.5	91	89.55	— 1.45
8. »	87.6	87.5	87.5	87.55	0.05
9. — »	82.6	82.6	79.2	86.6	7.4
10. — »	76.5	77.0	73.6	76.75	3.15
11. »	86.5	86.4	84.3	86.45	2.15
14. — »	87.7	87.6	88	87.65	— 0.35
15. — »	84.6	84.5	81.9	84.55	2.65
16. »	87.6	87.5	87.4	87.55	0.15
17. »	86.8	86.8	85.5	86.8	1.3
19. — »	84.1	84.0	83.8	84.05	0.25
20. — »	82.4	82.4	84	82.4	— 1.6
21. — »	81.3	81.4	81.5	81.35	— 0.15
22. — »	84.4	84.3	84.2	84.35	0.15
23. — »	87.6	87.5	88.5	87.55	— 0.95
24. — »	88.5	88.4	90	88.45	— 1.55
25. — »	87.2	87.2	89	87.2	— 1.8
26. — »	89.3	89.2	92	89.25	— 2.75
27. — »	89.5	89.5	92	89.9	— 2.1
28. — »	91.9	91.8	94.8	91.85	— 2.95
29. — »	90.9	90.7	93.2	90.8	— 2.4
30. — »	85.0	84.9	84.7	84.95	0.25
1. October	84.6	84.5	83.3	84.55	1.25
2. »	85.3	85.2	86.3	85.25	— 1.05
3. — »	85.3	85.1	87.5	85.2	— 2.3
4. »	88.8	88.7	91.1	88.75	— 2.35
5. — »	79.6	79.8	80.8	79.7	— 1.1
6. — »	83.0	83.0	85.2	83	— 2.2
7. — »	86.4	86.3	88.0	86.35	— 1.65
8. — »	86.7	86.6	88.4	86.65	— 1.75

Jahr 1827.	G. L.	P.	H.	M.	M—H.
9. October	86.0	85.9	88.2	85.95	— 2.25
10. »	85.0	84.8	86.1	84.9	— 1.2
11. »	85.6	85.5	86.3	85.55	— 0.75
12. »	87.1	87.0	90.0	87.05	— 2.95
13. »	87.5	87.4	88.7	87.45	— 1.25
14. »	86.9	86.8	88.5	86.85	— 1.65
15. »	85.8	85.6	87.2	85.7	— 1.5
16. »	85.6	85.6	87.4	85.6	— 1.8
17. »	84.4	84.3	86.7	84.35	— 2.35
18. »	87.6	87.5	90	87.55	— 2.45
19. »	89.3	89.1	91	89.2	— 1.8
20. »	89.6	89.5	93.7	89.55	— 4.15
21. »	89.6	89.4	93.4	89 5	— 3.9
22. »	91.0	90.9	94.1	90.95	— 3.15
23. »	89.4	89.3	92.4	89.35	— 3.05
24. »	90.8	90.7	94.6	90.75	— 3.85
25. »	85.3	85.1	88.1	85.2	— 2.9
26. »	78.7	79.0	80.7	78.85	— 1.85
27. »	84.0	83.9	86	83.95	— 2.05
28. »	85.5	85.4	87.4	85.45	— 1.95
29. »	91.3	91.1	93.5	91.2	— 2.3
30. »	70.1	71.4	76.7	70.75	— 5.95
31. »	73.6	74.6	78.3	74.1	— 4.2
1. November	57.7	60.6	67.5	59.15	— 8.35
2. »	68.9	70.2	73.2	69.55	— 3.65
3. »	59.3	61.8	73.0	60.55	—12.45
4. »	61 1	63.4	71.5	62.25	— 9.25
5. »	65.9	67.5	71.2	66.7	— 4.5
6. »	80.3	80.4	81.9	80.35	— 1.55
7. »	73.8	74.7	78.6	74.25	— 4.35
8. »	75.1	75.8	75.7	75.45	— 0.25
10. »	79.0	79.3	81.7	79.15	— 2.55
11. »	73.2	74.2	76.4	73.7	— 2.7
12. »	74.1	75.0	77.1	74.55	— 2.55
13. »	56.1	59.3	69.0	57.7	—11.3

Jahr 1827.	G. L.	P.	H.	M.	M—H.
14. November	78.2	78.6	79.6	78.4	— 1.2
15. »	86.6	86.5	87.9	86.55	— 1.35
16. »	89.6	89.5	90.6	89.55	— 1.05
17. »	85.4	85.3	85.5	85.35	— 0.15
18. »	81.6	81.7	83.0	81.65	— 1.35
19. »	82.5	82.5	82.7	82.5	— 0.2
20. »	85.2	85.1	85.5	85.15	— 0.35
21. »	81.3	81.4	82.6	81.35	— 1.25
22. »	85.1	85.0	85.9	85.05	— 0.85
23. »	81.2	81.3	82.6	81 25	— 1.35
24. »	71.3	72.4	75.3	71.85	— 3.45
27. »	68.7	70.0	64.3	69.35	4.85
28. »	71.2	72.3	69.4	71.75	2.35
29. »	75.3	76.0	71.4	75.65	4.25
30. »	76.8	77.3	72.6	77.05	4.45
1. December	76.0	76.6	71.9	76.3	4.4
2. »	77.0	77.5	73.6	77.25	3.65
3. »	77.5	78.0	74.5	77.75	3.25
4. »	75.5	76.2	74.9	75.85	0.95
5. »	77.0	77.5	76.0	77.25	1.25
6. »	78.0	78.4	76.6	78.2	1.6
7. »	76.5	77.1	77.1	76.8	— 0.3
8. »	76.0	76.6	76.5	76.3	— 0.2
9. »	76.2	76.8	76.9	76.5	— 0.4
10. »	76.8	77.3	76.0	77.05	1.05
11. »	76.1	76.7	76.1	76.4	0.3
12. »	76.6	77.2	76.0	76.9	0.9
13. »	75.3	76.0	75.5	75.65	0.15
14. »	76.6	77.2	76.4	76.9	0.5
15. »	77.4	77.8	77.0	77.6	0.6
16. »	77.1	77.6	76.0	77.35	1.35
17. »	77.6	78.0	76.7	77.8	1.1
18. »	75.5	76.2	74.0	75.85	1.85
19. »	77.7	78.1	76.4	77.9	1.5
20. »	77.0	77.5	76.0	77.25	1.25

Jahr 1827.	G. L.	P.	H.	M.	M—H.
21. December	76.4	77.0	76.0	76.7	0.7
22. »	78.3	78 6	76.6	78.45	1.85
23. »	78.5	78.8	76.5	78.65	2.15
24. »	72.8	73.9	72.7	73.35	0.65
25. »	76.1	76.7	74.8	76.4	1.6
27. »	75.9	76.6	73.9	76.25	2.35
28. »	74.1	74.9	72.2	74.5	2.3
29. »	74.4	75.2	72.3	74.8	2.5
30. »	70.5	71.7	69.7	71.1	1.4
31. »	75.5	76.2	73.0	75.85	2.85
Jahr 1828.					
1. Jänner .	76.3	76.8	73.6	76.55	2.95
2. » . .	76.7	77.2	73.9	76.9	3.0
3. » . .	76.7	77.2	74.0	76.9	2.9
4. » . .	69.3	70.5	68.3	69.9	1.6
7. » . .	68.1	69.4	67.5	68.75	1.25
15. » . .	92.0	91.9	96.6	91.95	— 4.65
— » . .	95.0	94.9	100.9	94.95	— 5.95
7. März . .	66.2	67.7	63.3	66.95	3.65
8. » . .	62.0	64.1	59.6	63.05	3.45
28. April . .	75.7	76.3	71.3	76	4.7

3. Ein Theil der Beobachtungen, aus welchen diese Resultate gezogen wurden, nämlich diejenigen, welche vom 23. Juli bis 1. October 1827 angestellt wurden, ist bereits in Bd. 4., S. 54 im Detail enthalten; die übrigen vom 2. October 1827 bis 28. April 1828 folgen hier. Es bedeuten:

T die Temperatur der Luft, }
t die einer befeuchteten Thermometerkugel, } nach Réaumur.
τ jene einer bethauten » }

T', t', τ' die gleichen Bedeutungen nach *Fahrenheit*'scher Scale; $T' - t' = \delta$.

b Barometerhöhe in englischen Zollen.

F gröſste Expansivkraft der Dünste für die Temperatur *T* im Mittel zwischen *Biot* und *Kämtz*.

$f = F - \frac{b\,\delta}{1080 - 3\delta}$ Expansivkraft der Dünste in der Luft.

$\varphi = \frac{f}{1 + 0{,}002086\,(T' - \tau')}$ gröſste Expansivkraft der Dünste für die Temperatur τ.

Jahr 1827.	T	t	b	F	f	τ	φ	$\frac{\varphi}{F}$
2. Octob.	11.83	9.37	27.935	0.4877	0.3423	6.98	0.3347	0.6862
3. »	11.40	9.02	27.996	0.4721	0.3312	6.55	0.3238	0.6859
4. »	10.76	9.00	28.045	0.4494	0.3454	7.16	0.3397	0.7558
5. »	11.09	8.04	28.002	0.4608	0.2794	4.29	0.2708	0.5876
6. »	10.37	7.88	27.926	0.4361	0.2890	4.79	0.2816	0.6458
7. »	10.61	8.52	27.892	0.4443	0.3213	6.19	0.3148	0.7085
8. »	10.30	8.29	27.797	0.4338	0.3159	5.99	0.3096	0.7130
9. »	10.67	8.50	27.741	0.4463	0.3192	6.10	0.3125	0.7002
10. »	10.94	8.57	27.726	0.4555	0.3166	5.98	0.3094	0.6792
11. »	11.76	9.34	27.670	0.4852	0.3436	7.03	0.3361	0.6928
12. »	11.16	9.06	27.559	0.4633	0.3411	6.97	0.3345	0.7220
13. »	11.02	9.01	27.637	0.4582	0.3410	6.97	0.3346	0.7303
14. »	10.62	8.57	27.622	0.4446	0.3251	6.35	0.3187	0.7168
15. »	10.16	8.05	27.896	0.4290	0.3047	5.50	0.2892	0.6951
16. »	10.00	7.92	28.041	0.4236	0.3005	5.33	0.2940	0.6942
17. »	9.70	7.50	27.985	0.4141	0.2841	4.59	0.2774	0.6700
18. »	9.83	8.91	27.849	0.4182	0.3114	5.82	0.3056	0.7309
19. »	10.08	8.45	27.760	0.4263	0.3311	6.63	0.3258	0.7643
20. »	9.92	8.35	27.673	0.4211	0.3297	6.58	0.3246	0.7709
21. »	10.36	8.72	27.447	0.4358	0.3411	7.02	0.3358	0.7706
22. »	10.37	8.95	27.501	0.4361	0.3540	7.51	0.3493	0.8010
23. »	10.67	8.97	27.587	0.4463	0.3476	7.25	0.3420	0.7664
24. »	10.02	8.62	27.684	0.4243	0.3428	7.11	0.3382	0.7971
25. »	9.72	7.61	27.844	0.4147	0.2907	4.90	0.2842	0.6854
26. »	9.91	7.02	27.993	0.4208	0.2492	2.84	0.2412	0.5732
27. »	9.38	7.16	27.617	0.4040	0.2745	4.16	0.2679	0.6631
28. »	9.41	7.35	27.470	0.4050	0.2856	4.67	0.2794	0.6898
29. »	9.56	8.26	27.366	0.4097	0.3350	6.82	0.3307	0.8053
30. »	6.68	3.76	27.790	0.3272	0.1550	— 3.13	0.1482	0.4528
31. »	6.55	3.88	27.486	0.3239	0.1684	— 2.06	0.1618	0.4997

Jahr 1827.		T	t	b	F	f	τ	φ	φ/F
1.	Nov.	5.47	2.10	27.284	0.2974	0.1017	— 8.41	0.0955	0.3212
2.	»	5.75	2.93	27.507	0.3040	0.1395	— 4.44	0.1331	0.4379
3.	»	4.15	1.22	27.735	0.2678	0.0954	— 9.14	0.0898	0.3352
4.	»	3.89	1.11	27.964	0.2623	0.0981	— 8.77	0.0926	0.3530
5.	»	5.65	2.73	28.024	0.3016	0.1280	— 5.55	0.1216	0.4030
6.	»	5.97	3.95	27.798	0.3092	0.1906	— 0.43	0.1851	0.5986
7.	»	5.55	3.11	27.719	0.2993	0.1562	— 2.98	0.1502	0.5018
8.	»	5.25	2.95	27.680	0.2922	0.1576	— 2.85	0.1518	0 5196
10.	»	5.57	3 49	27.503	0.2997	0.1790	— 1.23	0.1734	0.5786
11.	»	5.67	3.17	27.758	0.3021	0.1552	— 3.07	0.1491	0.4936
12.	»	5.78	3.31	27.627	0.3047	0.1603	— 2.66	0.1542	0.5061
13.	»	2.09	—0.51	27.713	0.2270	0.0743	—12.10	0.0697	0.3069
14.	»	1.53	—0.02	27.596	0.2171	0.1271	— 5.39	0.1230	0.5668
15.	»	3.42	+2.22	27.505	0.2527	0.1834	— 0.78	0.1799	0.7118
16.	»	4.54	3.51	27.782	0.2763	0.2163	+ 1.32	0.2131	0.7712
17.	»	4.06	2.72	27.977	0.2658	0.1870	— 0.57	0.1831	0.6887
18.	»	3.87	2.27	28.046	0.2619	0.1675	— 1.98	0.1630	0.6224
19.	»	3.19	1.73	28.013	0.2480	0.1620	— 2.38	0.1579	0.6366
20.	»	3.12	1.86	27.944	0.2466	0.1727	— 1.55	0.1690	0.6852
21.	»	2.61	1.12	27.669	0.2368	0.1501	— 3.32	0.1460	0.6168
22.	»	2.41	1.19	27.501	0.2330	0.1626	— 2.29	0.1591	0.6827
23.	»	1.35	—0.02	27.323	0.2139	0.1353	— 4.58	0.1316	0.6152
24.	»	1.68	—0.27	27.317	0.2197	0.1073	— 7.53	0.1029	0.4683
27.	»	8.77	5.24	27.817	0.3852	0.1761	— 1.62	0.1679	0.4360
28.	»	9.75	6.16	27.839	0.4157	0.2027	+ 0.14	0.1939	0.4666
29.	»	9.49	6.31	27.629	0.4075	0.2207	+ 1.27	0.2125	0.5216
30.	»	9.77	6.67	27.559	0.4163	0.2348	+ 2.07	0.2261	0.8443
1.	Dec.	8.84	5.86	27.400	0.3873	0.2140	+ 0.91	0.2063	0.5326
2.	»	8.53	5.70	27.292	0.3782	0.2144	+ 0 95	0.2070	0.5474
3.	»	8.30	5.60	27.541	0.3714	0.2138	+ 0 93	0.2067	0.5565
4.	»	7.71	4.98	27.845	0.3547	0.1936	— 0.33	0.1867	0.5260
5.	»	7.70	5.09	27.757	0.3544	0.2010	+ 0.16	0.1941	0.5477
6.	»	7.82	5.27	27.630	0.3577	0.2085	+ 0.63	0.2018	0.5643
7.	»	7.68	5.04	27.865	0.3539	0.1981	— 0.03	0.1911	0 5401
8.	»	8.08	5.33	28.003	0.3649	0.2016	+ 0.18	0.1944	0.5329
9.	»	8.38	5.57	27.899	0.3738	0.2076	+ 0.53	0.2002	0.5356
10.	»	9.14	6.22	27.915	0.3964	0.2234	+ 1.45	0.2156	0.5440
11.	»	9.18	6.18	27.812	0.3977	0.2206	+ 1.28	0.2127	0.5347
12.	»	9.36	6.36	27.755	0.4034	0.2266	+ 1.62	0.2187	0.5421
13.	»	9.71	6.50	27.772	0.4144	0.2249	+ 1.50	0.2165	0.5227

Jahr 1827.	T	t	b	F	f	τ	φ	$\frac{\varphi}{F}$
14. Dec.	9.35	6.37	27.929	0.4031	0.2264	+ 1.61	0.2185	0.5420
15. »	9.79	6.80	28.031	0.4170	0.2390	+ 2.30	0.2309	0.5538
16. »	10.29	7.15	28.003	0.4334	0.2465	+ 2.67	0.2380	0.5492
17. »	10.38	7.28	28.092	0.4365	0.2515	+ 2.94	0.2431	0.5568
18. »	10.86	7.41	28.052	0.4527	0.2467	+ 2.65	0.2375	0.5247
19. »	10.26	7.20	28.030	0.4324	0.2502	+ 2.88	0.2418	0.5593
20. »	9.72	6.70	27.934	0.4147	0.2356	+ 2.11	0.2274	0.5485
21. »	9.82	6.82	27.888	0.4179	0.2336	+ 2.00	0.2253	0.5392
22. »	10.15	7.13	27.642	0.4287	0.2514	+ 2.95	0.2433	0.5675
23. »	10.84	7.66	27.430	0.4521	0.2667	+ 3.68	0.2580	0.5707
24. »	9.36	6.03	27.938	0.4034	0.2055	+ 0.34	0.1971	0.4891
25. »	10.80	7.41	27.885	0.4507	0.2495	+ 2.80	0.2405	0.5335
27. »	11.21	7.74	28.211	0.4651	0.2566	+ 3.15	0.2473	0.5316
28. »	11.30	7.59	28.117	0.4684	0.2459	+ 2.58	0.2362	0.5043
29. »	10.69	7.16	27.941	0.4470	0.2369	+ 2.13	0.2277	0.5095
30. »	9.80	6.16	28.016	0.4173	0.1999	— 0.03	0.1911	0.4579
31. »	10.53	7.14	27.844	0.4416	0.2407	+ 2.34	0.2318	0.5248
Jahr 1828.								
1. Jänner	10.75	7.37	27.700	0.4490	0.2497	+ 2.82	0.2408	0.5363
2. »	11.07	7.65	27.628	0.4600	0.2588	+ 3.27	0.2497	0.5428
3. »	10.84	7.48	27.680	0.4521	0.2543	+ 3.06	0.2454	0.5427
4. »	10.47	6.46	27.534	0.4395	0.2036	+ 0.16	0.1942	0.4418
7. »	10.16	6.19	27.833	0.4290	0.1930	— 0.52	0,1837	0.4283
15. »	1.35	0.72	27.462	0.2139	0.1777	— 1.06	0.1757	0.8128
— »	— 2.20	—2.51	27.593	0.1601	0.1425	— 3.70	0.1415	0.8841
7. März.	+10.14	+6.00	27.670	0.4283	0.1833	— 1.18	0.1741	0.4064
8. »	10.20	5.77	27.959	0.4304	0.1650	— 2.15	0.1557	0.3618
28. April.	11.97	8.26	28.188	0.4928	0.2697	+ 3.77	0.2597	0.5271

4. Bei der Durchsicht aller dieser Beobachtungen kann es einem wohl nicht entgehen, dafs die Abweichung des Haarhygrometers bei demselben Feuchtigkeitszustande der Luft von den übereinstimmenden Angaben des Schwefelhygrometers und des Psychrometers veränderlicher ist, als dafs dieselbe als zufällig angesehen werden könnte. An der Spannung des Haares wurde während der ganzen Beobachtungszeit nichts geändert, auch wich ein anderes vom Mechanikus *Hanaczik* verfertigtes Haar-

hygrometer nach den Beobachtungen noch um dieselbe Anzahl Grade von dem zu den Beobachtungen gebrauchten ab, wie früher. Es bleibt demnach wohl nichts übrig, als die Brauchbarkeit des Haarhygrometers dem Schwefelätherhygrometer und Psychrometer nachzusetzen.

5. Ich habe schon früher meine Meinung über das Verhältniſs zwischen dem Schwefelätherhygrometer und dem Psychrometer dahin ausgesprochen, daſs mir letzteres vorzüglicher scheint als ersteres; allein die Kenntniſs der Gröſse τ, welche das Schwefelätherhygrometer unmittelbar angibt, hat für sich viel Interesse, denn sie bezeichnet die Temperatur, bei welcher die vorhandenen Dünste den tropfbaren Zustand anzunehmen anfangen, aus der sich noch viele wichtige Resultate ableiten lassen. Bekanntlich haben *August* und *Meikle* aus dem Psychrometer dieselbe Gröſse abzuleiten gesucht, allein ihre Formeln weichen oft von der Wahrheit ziemlich weit ab, und sind vom Luftdruck unabhängig dargestellt, der doch das Psychrometer so sehr afficirt, auf das Schwefelätherhygrometer aber keinen Einfluſs ausübt; Ritter v. *Bürg* hat zu demselben Ende einen anderen Weg eingeschlagen. Nämlich der Werth von f, mehr oder weniger vermindert, gibt einen angenäherten Werth von φ, und durch diesen findet man aus der Tafel für die gröſsten Expansivkräfte einen angenäherten Werth von τ, daraus einen genaueren Werth von φ, und daraus wieder einen genaueren von τ. Dieses Verfahren wird so lange fortgesetzt, bis zwei auf einander folgende Werthe von τ nicht mehr um $0^{\circ}.01$ R. verschieden sind. Wie scharfe Resultate man auf diesem indirecten Wege erlangt, zeigt folgende Tabelle, wo der beobachtete und der berechnete Werth für die vom 23. Juli bis 24 November angestellten Beobachtungen zusammengestellt ist.

Ist der Zustand der Luft verhältnifsmäfsig trocken, so hält es sehr schwer, besonders bei etwas niedrigen Temperaturen, τ durch Beobachtung genau zu finden; man mufs wiederholt und reichlich Äther zutröpfeln, bis ein Beschlag entsteht, und es ist dabei kaum zu vermeiden, dafs sich der Äther mehr oder weniger über die äufsere Fläche der Hülse verbreitet, und zu Irrungen Anlafs gibt. Es ist freilich in diesem Falle auch der berechnete Werth von τ viel weniger zuverläfsig, weil ein kaum zu vermeidender Fehler in der Beobachtung von δ einen sehr merklichen Einflufs auf den Werth von τ hat; doch dürfte er noch dem beobachteten vorzuziehen seyn:

Jahr 1827.	Beobachteter Werth von τ	Berechneter Werth von τ	Differenz.
23. Juli . .	11.46	12.40	— 0.94
24. » . .	8.35	9.47	1.12
25. » . .	9.85	10.59	0.74
26. » . .	11.85	10.96	+ 0.89
27. » . .	13.10	14.04	— 0.94
28. » . .	8.88	10.11	— 1.23
29. » . .	8.45	10.21	1.76
30. » . .	10.76	12.67	1.91
31. » . .	11.46	12.82	1.36
1. August .	12.07	13.37	1.30
2. » .	13.08	14.33	— 1.25
3. » .	13.64	14.35	0.71
4. » .	14.15	15.39	1.24
5. » .	13.81	14.38	0.57
6. » .	12.83	13.28	0.45
7. » .	7.39	7.42	— 0.03
8. » .	8.62	9.23	0.61
9. » .	11.00	11 62	0.62
10. » .	9.50	10.23	0.73
11. » .	11.25	11.90	0.65

Jahr 1827.	Beobachteter Werth von τ	Berechneter Werth von τ	Differenz.
12. August .	8.43	8.77	— 0.34
13. » .	7.00	7.82	— 0.82
14. » .	7.33	7.22	+ 0.11
15. » .	10.47	11.23	— 0.76
16. » .	9.35	11.00	1.65
17. » .	11.46	12.48	— 1.02
18. » .	10.93	11.26	0.33
19. » .	12.84	14.33	1.49
20. » .	11.54	12.79	1.25
21. » .	12.79	12.86	0.07
22. » .	9.56	11.00	— 1.94
23. » .	8.84	9.90	1.06
24. » .	4.68	4.56	0.88
25. » .	7.83	7.90	0.07
26. » .	4.33	3.71	+ 0.62
27. » .	4.26	3.60	+ 0.66
28. » .	5.83	5.33	0.50
29. » .	2.29	0.53	1.76
30. » .	2.54	1.41	1.13
31. » .	3.67	4.26	— 0.59
1. Septemb.	6.00	6.10	— 0.10
2. »	6.46	6.91	0.45
3. »	7.62	7.95	0.33
4. »	7.96	8.43	0.47
5. »	7.69	8.11	0.42
6. »	8.04	8.23	— 0.19
7. »	8.42	8.95	0.53
8. »	7.74	8.06	0.32
9. »	6.08	6.17	0.09
10. »	4.35	3.57	+ 0.78
11. »	7.08	7.28	— 0.20
14. »	7.83	8.38	0.55
15. »	6.54	7.11	0.57
16. »	7.42	7.52	0.10
17. »	7.00	7.37	0.37

Jahr 1827.	Beobachteter Werth von τ	Berechneter Werth von τ	Differenz.
19. Septemb.	6.50	6.40	+ 0.10
20. »	4.62	4.03	0.59
21. »	2.72	2.10	0.62
22. »	4.48	4.58	— 0.10
23. »	6.21	6.24	0.03
24. »	6.75	7.16	— 0.41
25. »	6.42	6.90	0.48
26. »	7.71	8.30	0.59
27. »	7.92	8.56	0.64
28. »	9.28	9.38	0.10
29. »	9.01	9.57	— 0.56
30. »	6.69	7.06	0.37
1. October	6.43	6.53	0.10
2. »	6.83	6.98	0.15
3. »	6.29	6.55	0.26
4. »	6.78	7.16	— 0.38
5. »	4.46	4.29	+ 0.17
6. »	4.84	4.79	0.05
7. »	6.08	6.19	— 0.11
8. »	6.08	5.99	+ 0.09
9. »	6.00	6.10	— 0.10
10. »	5.74	5.98	0.24
11. »	6.30	7.03	0.73
12. »	6.32	6.97	0.65
13. »	6.54	6.97	0.43
14. »	5.87	6.35	— 0.48
15. »	5.30	5.50	0.20
16. »	5.27	5.33	0.06
17. »	4.54	4.59	0.05
18. »	6.08	5.82	+ 0.26
19. »	6.45	6.63	— 0.18
20. »	6.48	6.58	0.10
21. »	6.96	7.02	0.06
22. »	7.91	7.51	0.40
23. »	6.67	7.25	0.58

Jahr 1827.	Beobachteter Werth von τ	Berechneter Werth von τ	Differenz.
24. October	7.03	7.11	— 0.08
25. »	4.72	4.90	0.18
26. »	3.83	2.84	0.99
27. »	4.47	4.16	+ 0.31
28. »	4.44	4.67	— 0.23
29. »	5.58	6.82	— 1.24
30. »	— 1.04	— 3.13	+ 2.09
31. »	— 1.47	— 2.06	0.59
1. Novemb.	— 6.33	— 8.41	2.08
2. »	— 4.11	— 4.44	0.33
3. »	— 6.29	— 9.14	+ 2.85
4. »	— 7.29	— 8.77	1.48
5. »	— 3.82	— 5.55	1.73
6. »	+ 0.22	— 0.43	0.21
7. »	— 2.60	— 2.98	0.38
8. »	— 3.50	— 2.85	— 0.65
10. »	— 0.46	— 1.23	+ 0.77
11. »	— 2.71	— 3.07	0.36
12. »	— 2.58	— 2.66	0.08
13. »	— 8.38	— 12.10	3.72
14. »	— 3.87	— 5.39	+ 1.52
15. »	— 1.24	— 0.78	— 0.46
16. »	+ 0.37	+ 1.32	0.95
17. »	— 0.55	— 0.57	+ 0.02
18. »	— 1.56	— 1.98	0.42
19. »	— 2.40	— 2.38	— 0.02
20. »	— 1.96	— 1.55	— 0.41
21. »	— 2.87	— 3.32	+ 0.45
22. »	— 2.40	— 2.29	— 0.11
23. »	— 3.84	— 4.58	+ 0.74
24. »	— 5.88	— 7.53	1.65

In der vorhergehenden Tabelle der Hygrometerbeobachtungen ist τ nach dem durch Rechnung gefundenen Werth angegeben.

6. Wenn im Vorhergehenden behauptet wurde, das Haarhygrometer stehe dem *Leslie*'schen Hygrometer, oder gar dem Schwefelätherhygrometer nach, so ist dadurch keineswegs die Unbrauchbarkeit des ersteren behauptet; ein einzelnes, mit besonderer Genauigkeit und Vorsicht ausgearbeitetes, und mit einem zweckmäſsig gelaugtem Haare versehenes Instrument dieser Art kann wohl sehr brauchbare Resultate geben, man wird es nur vorläufig genau kennen lernen und seinen Gang gleichsam studieren müssen, um die seinen Anzeigen entsprechenden hygrometrischen Data zu finden. Darum behalten die Untersuchungen *Saussure*'s über sein Hygrometer stets ihren groſsen Werth, nur dürfte groſse Vorsicht zu brauchen seyn, wenn man die mit seinem Instrumente gefundenen Resultate auf ein anderes Haarhygrometer beziehen will. Hingegen lassen sich diese Resultate mit denen eines anderen Hygrometers, dessen Richtigkeit auſser Zweifel gesetzt ist, wie z. B. des Schwefelätherhygrometers, recht wohl verbinden, und man kann daraus manches ableiten, dessen unmittelbare Bestimmung groſsen Schwierigkeiten unterliegt. So z. B. lassen sich aus *Saussure's* Untersuchungen über das Haarhygrometer, verbunden mit dem dem Schwefelätherhygrometer zum Grunde liegenden Principe, die Expansivkräfte der Wasserdünste bei sehr niederen Temperaturen ableiten; eine Arbeit, die nicht ganz ohne Nutzen seyn dürfte.

7. Die Untersuchungen über die Expansivkraft der Wasserdünste haben das eigene, daſs sie gerade für diejenigen Temperaturen am schwierigsten anzustellen sind, und bei gleicher Sorgfalt am wenigsten genaue Resultate geben, wo die genaue Kenntniſs der gesuchten Gröſse das meiste Interesse hat; ich meine für Temperaturen über dem Siedpuncte, und für jene unter dem Eispuncte

des Wassers. Für hohe Wärmegrade wünscht man die Expansivkraft der Wasserdünste darum genau zu kennen, weil man diese Kenntnifs zur Berechnung der Wirkung einer Dampfmaschine und zur zweckmäfsigsten Einrichtung derselben nothwendig hat, und für geringe Temperaturen soll man sie kennen, um den hygrometrischen Zustand der Luft, der mit vielen Meteoren in so enger Verbindung steht, auch für den Fall einer geringen Luftwärme angeben, und endlich den Punct mit Schärfe ausmitteln zu können, wo, nach *Faraday's* Meinung, das Wasser anfängt fix zu werden und nicht mehr verdünstet. Übrigens hat auch hier, wie fast immer, das technische und das damit so nahe verwandte pecuniäre Interesse mehrere Experimentoren zur Untersuchung der Spannkraft des Wasserdunstes für hohe Temperaturen angespornt, als es das wissenschaftliche zur Unternehmung desselben Geschäftes für geringe Temperaturen zu thun vermochte, auch sind die Schwierigkeiten bei letzterem gröfser als bei ersterem. Die bekannten Tafeln der Expansivkräfte des Wasserdunstes erstrecken sich freilich bis auf sehr geringe Wärmegrade, allein die Angaben für diese sind nicht durch unmittelbare Versuche bestimmt, sondern nur nach einem Gesetze berechnet, das man aus dem Gange der Expansivkräfte der Dünste bei Temperaturen, wo sie leicht zu messen waren, wahrzunehmen glaubte. Da aber bis jetzt diese Gesetze meistens mehr errathen, als aus der Natur der Sache abgeleitet sind, so dürften die darnach berechneten Resultate der Wahrheit nicht immer sehr nahe liegen.

8. *Saussure* hat bekanntlich in seiner Hygrometrie eine Tabelle mitgetheilt, welche für jeden Hygrometergrad, vom 25sten angefangen, die Anzahl der Wärmegrade angibt, um welche die Temperatur sinken müfste, um das

Hygrometer auf den 100sten Grad steigen zu machen, d. i. um die Dünste in der Luft auf ihre gröſste Spannkraft zu bringen. Kennt man nun die einem bestimmten Hygrometergrade entsprechende Spannkraft der Dünste, so darf man sie nur um so viel vermindern, als nach dem Gesetze der Ausdehnung der Gase durch die Wärme die Temperaturdifferenz verlangt, welche zwischen dem bestehenden Wärmegrade und demjenigen Statt findet, bei welchem das Hygrometer auf 100 zu stehen kommt. Die so gefundene Spannkraft ist dann offenbar die gröſste Spannkraft, welche der letzteren Temperatur entspricht. Es handelt sich nur noch darum, die jedem Hygrometergrade entsprechende Spannkraft der Dünste zu kennen. Dahin führt aber wenigstens für die Temperatur von 10° C. eine von *Gay-Lussac* nach directen Versuchen entworfene Tabelle. Diese Tabelle enthält die jedem Hygrometerstande bei der genannten Temperatur entsprechende Expansivkraft in Theilen der gröſsten Spannkraft, die selbst als 100 angenommen wird, und aus der sich leicht die absolute Spannkraft in irgend einem Längenmaſse ausdrücken läſst.

Um den ganzen Zusammenhang der Sache gut zu übersehen, will ich eine Formel suchen, welche nach der Angabe der genannten zwei Tabellen die Spannkraft der Dünste angibt. Es sey f die nach *Gay-Lussac's* Tabelle dem Hygrometerstande entsprechende Spannkraft der Dünste, e die absolute Spannkraft derselben in Millimetern ausgedrückt; so ist

$$e = \frac{9.475 \cdot f}{100} = 0.09457\, f \ldots (a),$$

weil 9.475 nach *Biot's* Formel und *Dalton's* Versuchen die gröſste Spannkraft der Dünste bei 10° C. ist.

Diese Gröſse verwandelt sich in ε (dessen Werth später bestimmt werden wird), wenn man die Tempe-

ratur um t^0 herabsetzt, so dafs

$$10^0 - t^0 = \tau$$

wird, und man hat:

$$\varepsilon = \frac{e}{1.0375} (1 + 0.00375\,\tau) \ldots (b).$$

Setzt man für e den Werth aus (a), so wird

$$\varepsilon = 0.09115\,(1 + 0.00375\,\tau)\,f \ldots (c).$$

Ist nun t die Anzahl Wärmegrade, um welche die Lufttemperatur $= 10^0$ sinken mufs, damit nach *Saussure's* Tabelle das Hygrometer auf 100^0 zu stehen kommt, so ist ε die gröfste Expansivkraft, welche der Temperatur $10^0 - t = \tau$ entspricht.

Bevor man aber nach dieser Formel die Berechnung der Expansivkraft unternimmt, hat man einen wichtigen Umstand, die *Saussure*'sche Tabelle betreffend, zu beachten. Diese Tabelle ist nach *Réaumur*'schen Graden berechnet, und bezieht sich auf ein Thermometer, dessen Siedpunct, wie *Saussure* ausdrücklich sagt, bei 27 P. Z. Luftdruck bestimmt wurde, während der Siedpunct des Thermometers, auf welches sich die *Gay-Lussac*'sche Tabelle bezieht, einem Luftdrucke von 0.76 M. oder nahe von 28 Z. entspricht. Ich brachte daher zuerst an der *Saussure*'schen Tabelle die in dieser Hinsicht nöthige Correction an, damit sie die Thermometergrade in der hunderttheiligen Scale angiebt, und der Siedpunct sich auf einen Luftdruck von 0.76 M. bezieht. Auf diese Weise erhielt ich nach den vorhergehenden Formeln (a) und (b) folgende Werthe der Expansivkräfte des Wasserdunstes in Millimetern:

Temperatur nach dem 100theiligen Quecksilberthermometer.	Gröfste Spannkraft in Millimetern.
— 36.31	0.952
34.84	0.998
33.16	1.053
31.60	1.100
30.13	1.153
28.75	1.203
27.43	1.260
26.19	1.313
25.01	1.366
23.88	1.420
22.80	1.475
21.77	1.528
20.78	1.619
19.83	1.650
18.92	1.710
18.03	1.769
17.18	1.833
16.36	1.899
15.56	1.956
14.79	2.021
14.05	2.087
13.33	2.159
12.62	2.227
11.94	2.295
11.28	2.369
10.63	2.433
10.00	2.512
9.39	2.592
8.79	2.662
8.20	2.742
7.63	2.813
6.53	2.904
6.00	2.997
5.48	3.077
5.07	3.169

Temperatur nach dem 100theiligen Quecksilberthermometer.	Gröſste Spannkraft in Millimetern.
— 4.47	3.250
3.98	3.355
3.50	3.448
3.03	3.553
2.56	3.647
2.11	3.754
1.67	3.859
1.23	3.978
0.80	4.083
0.38	4.205

Aus diesen Ergebnissen kann man leicht durch Interpoliren die Spannkräfte für die Temperaturen von — 36° bis zum Eispuncte bestimmen. Man erhält folgende Tabelle:

Temperatur nach Cel.	Gröſste Spannkräfte der Dünste in Millim.
— 36°	0.961
35	0.990
34	1.021
33	1,059
32	1.088
31	1.124
30	1.157
29	1.191
28	1.236
27	1.276
26	1.322
25	1.366
24	1.405
23	1.465
22	1.531
21	1.601

Temperatur nach Cel.	Gröſste Spannkräfte der Dünste in Millim.
— 20°	1.644
19	1.703
18	1.769
17	1.849
16	1.928
15	2.002
14	2.078
13	2.187
12	2.285
11	2.381
10	2.512
9	1.643
8	2.763
7	2.867
6	2.997
5	3.169
4	3.355
3	3.553
2	3.775
1	4.041
0	4.222

Diese Expansivkräfte nehmen viel langsamer ab, als diejenigen, welche man aus den Gesetzen ableitet, die Versuche bei höheren Temperaturen kennen lehrten; dadurch ist aber ihre Unrichtigkeit noch nicht bewiesen, indem bei beiden Ableitungen Gesetze, welche sich in der Erfahrung nur bei bestimmten Temperaturen als richtig gezeigt haben, auf viel niedere Temperaturen ausgedehnt wurden. In solchen Fällen bleibt überhaupt nichts übrig, als die Sache von allen Seiten anzusehen, und so durch den Mittelwerth aus mehreren auf den mannigfaltigsten Wegen gefundenen Resultaten sich der Wahrheit immer mehr zu nähern.

V.

Über die Bestimmung des Vergröſserungsverhältnisses bei zusammengesetzten Mikroskopen, und über die Vergleichung und Controllirung der Mikrometer;

von

A. v. Ettingshausen.

Während ich beflissen war, die trefflichen Lehren, welche unser verehrter Freiherr v. *Jacquin* in dieser Zeitschrift (Bd. IV., S. 1; und gegenwärt. Bd., S. 129) in Bezug auf das Mikroskop ertheilte, bei dem Gebrauche dieses Instrumentes zu beachten, boten sich mir einige Bemerkungen dar, die ich hier vortragen zu dürfen glaube.

Wenn es sich darum handelt, die Vergröſserung auszumitteln, welche eine bestimmte Verbindung von Objectiven und Ocularen am Mikroskope darbietet, so bleibt hiezu kein anderer Weg übrig, als der vom Freiherrn v. *Jacquin* gewiesene, und man gelangt auf demselben zu einem hinreichend genauen Resultate, sobald die Theilstriche des dem Mikroskope als Object unterlegten Mikrometers, dessen Bild man mittelst eines gehörig plangeschliffenen *Sömmering*'schen Spiegelchens auf die in der angenommenen Sehweite aufgestellte Scale projicirt und mit derselben vergleicht *), bei der zu untersuchenden Vergröſserung noch hinreichend fein erscheinen, nicht zu weit aus einander fallen, und die

*) eine Vergleichung, die hier mit demselben Auge vorgenommen werden kann, worin das Charakteristische dieser Methode und der Grund ihrer Zuverläſsigkeit besteht.

Theilung sowohl des Mikrometers als der Scale genau und in einem bekannten Verhältnisse ausgeführt ist.

Gestattet jedoch das zu untersuchende Mikroskop eine beträchtliche Menge von Abstufungen der Vergrösserungen, und liegen dieselben zwischen zwei von einander bedeutend entfernten Grenzen, wie diefs bei den neuen aplanatischen Mikroskopen des hiesigen Optikers *Plöfsl* der Fall ist (s. diesen Bd. der Zeitschr., S. 94); so wird man, bei der practischen Anwendung oben berührter Methode, einerseits nicht allen vorgenommenen Messungen gleiche Schärfe zuzuschreiben geneigt seyn, und andererseits den Inbegriff aller so zu vollziehenden Messungen für das Auge in hohem Grade ermüdend finden.

Ich halte es daher in einem solchen Falle für zweckmäfsig, für jeden Ocular-Einsatz des Mikroskopes nur die Vergröfserung, welche derselbe mit einem bestimmten einfachen oder zusammengesetzten Objective hervorbringt, nach der Methode des Freiherrn v. *Jacquin* direct und mit hinreichender Genauigkeit zu suchen (wozu sich schwächere Vergröfserungen sehr gut eignen), und die Vergröfserungen, welche dasselbe Ocular in Verbindung mit den übrigen Objectiven darbietet, hieraus mit Hülfe des Satzes zu berechnen, dafs die Vergröfserungen, welche zwei verschiedene Objective mit dem nämlichen Ocular-Apparate geben, sich verkehrt verhalten wie die absoluten Gröfsen der linearen Dimensionen, welche bei diesen Objectiven gleich grofs erscheinen, oder deren Bilder innerhalb der zum Oculare gehörenden Blendung gleiche Räume einnehmen.

Betrachtet man daher mit dem zu untersuchenden Mikroskope einen gut getheilten Glasmikrometer von solcher Ausdehnung, dafs die Theilstriche desselben das ganze Gesichtsfeld, welches das Ocular gestattet, be-

decken, und zählt bei verschiedenen Objectiv-Ansätzen ab, wie viele Theilstriche der Durchmesser des Gesichtsfeldes enthält; so müssen die Mengen der gesehenen Theilstriche, mit den diesen Objectiven zugehörigen Vergröſserungsexponenten multiplicirt, gleiche Producte erzeugen. Hieraus folgt, daſs man das Product aus dem, nach der Methode des Freiherrn v. *Jacquin* bestimmten, Vergröſserungsexponenten einer gewissen Verbindung der Bestandtheile des Mikroskopes mit der Anzahl der Mikrometertheile, welche dabei in dem Durchmesser des Gesichtsfeldes liegen, nur durch die Anzahl der Mikrometertheile, welche der Durchmesser des Gesichtsfeldes bei demselben Ocular-Einsatze in Verbindung mit einem anderen Objective umfaſst, zu dividiren habe, um den Vergröſserungsexponenten für letzteres Objectiv zu erhalten.

Sollte der Mikrometer nicht ausgedehnt genug seyn, um das ganze Gesichtsfeld auszufüllen, was bei schwächeren Vergröſserungen meistens eintritt, so muſs man das Gesichtsfeld dadurch beschränken, daſs man auf die Blendung des Oculares ein dünnes mit einer schicklichen viereckigen oder runden Öffnung versehenes Plättchen legt, und auf die oben beschriebene Weise verfährt. Im Nothfalle kann man hiezu ein Blättchen Papier verwenden, in welches man mit einer scharfen Schere eine viereckige Öffnung schneidet, wovon zwei einander gegenüberliegende Seiten nahe parallel sind, an denen man zwei Puncte, deren Verbindungslinie auf diesen Seiten nahe senkrecht steht, durch feine Einschnitte markirt, um stets nur die an dieselbe Stelle fallenden Mikrometertheile abzulesen, falls die Abweichung jener Seiten des Viereckes von der parallelen Lage merklich wäre. Läſst man sich an einem Metallplättchen eine ungleichseitige rechtwinklige Öffnung genau ausarbeiten,

so vertritt sie die Stelle zweier verschiedener Öffnungen, je nachdem man die zwischen diesem oder zwischen jenem Paare ihrer parallelen Seiten befindlichen Mikrometertheile betrachtet. Übrigens lassen sich runde Öffnungen in Metallplättchen auf der Drehbank mit gröſster Leichtigkeit einschneiden, weſswegen es keinem Besitzer eines Mikroskops schwer fallen kann, sich solche Plättchen zu verschaffen.

Um das oben Gesagte durch ein Beispiel zu erläutern, nehme ich an, auf die Blendung des ersten Oculars eines *Plöſsl'*schen aplanatischen Mikroskops mittlerer Gattung sey ein Metallplättchen mit einer runden, nahe 1 $^2/_3$ Wiener Duodecimallinien im Durchmesser haltenden Öffnung gelegt, und sodann mit den vier Objectiven 1, 2, 3, 4 und ihren Combinationen 1.2, 2.3, 3.4 nach der Reihe ein Glasmikrometer betrachtet worden, auf welchem die Wiener Duodecimallinie in 60 gleiche Theile getheilt ist. Bei diesen sieben Beobachtungen seyen im Durchmesser des nun vorhandenen Gesichtsfeldes 78, 38, 30, 18, 25, 18, 12 $^1/_2$ Theilstriche des Mikrometers erschienen. Die Vergröſserung, welche das aus 2 und 3 zusammengesetzte Objectiv gewährt, sey mittelst des Spiegelchens gemessen, und = 60 gefunden worden. Man bilde nun das Product aus der dem Durchmesser des Gesichtsfeldes für dieses Objectiv entsprechenden Zahl 18 mit 60, nämlich 1080, so werden die Vergröſserungen für die übrigen Objective, nämlich

1, 2, 3, 4, 1.2, 3.4,

durch die Quotienten

$$\frac{1080}{78}, \quad \frac{1080}{38}, \quad \frac{1080}{30}, \quad \frac{1080}{18}, \quad \frac{1080}{38}, \quad \frac{1080}{12^1/_2},$$

oder wenn man die denselben zunächst liegenden ganzen Zahlen nimmt, durch

14, 28, 36, 60, 28, 86 ausgedrückt.

Da man bei Mikroskopen, deren Ocular ein grofses Gesichtsfeld darbietet, sobald man ein Mikrometer durch dieselben aufmerksam betrachtet, meistens die Bemerkung macht, dafs die Vergröfserung, welche am Rande des Gesichtsfeldes Statt findet, von der im Mittelpuncte obwaltenden abweicht *), so dürfte es nicht nur hier, sondern selbst nach der Methode des Freiherrn v. *Jacquin* der Schärfe der Messung zuträglich seyn, das Gesichtsfeld zu verengern, damit stets die nämliche Parthie desselben mittelst des Spiegelchens auf die Hülfsscale projicirt werde.

Anstatt das Gesichtsfeld auf die oben beschriebene Weise zu verengern, kann man auch einen Mikrometer auf die Blendung des Oculars legen, und abzählen, wie viele Theilstriche des als Object betrachteten (unteren) Mikrometers zwischen zwei beliebige Grenzstriche des dem Auge zunächst liegenden (oberen) fallen, oder besser, aus der Vergleichung der Bilder beider Mikrometer in Hinsicht auf das Zusammenfallen zweier Paare von Theilstrichen berechnen, wie viele Theile des oberen Mikrometers auf einen Theil des unteren gehen. Die Vergröfserungen, welche verschiedene Objective bei demselben Oculare darbieten, verhalten sich direct wie die so gefundenen Zahlen.

Ehe man einen Mikrometer zur Bestimmung der Vergröfserungsverhältnisse bei Mikroskopen, oder auch zur Messung der wirklichen Gröfsen kleiner Gegenstände gebraucht, ist es nothwendig, sich von der Gleichförmigkeit seiner Theilung, und von seiner Übereinstim-

*) Dafs diese Abweichung nicht auf Rechnung der Mikrometertheilung zu setzen ist, erkennt man, wenn man den Mikrometer hin und her schiebt — sie hindert, wie man leicht einsicht, keineswegs, dafs das Bild dem Gegenstande in den kleinsten Theilen ähnlich sey.

mung mit dem Grundmaſse, auf welches sich der Mikrometer bezieht, z. B. mit der Wiener Duodecimallinie, zu überzeugen. Verschafft man sich ferner etwa einen gut und in sehr kleine Theile getheilten Mikrometer aus der Hand eines auswärtigen oder vielleicht gar nicht bekannten Künstlers, so kommt es auf die Ausmittelung des Verhältnisses an, in welchem ein Theil desselben zu der Einheit steht, welche man derlei Messungen zum Grunde zu legen pflegt, wobei es hinreicht, den neuen Mikrometer mit einem bereits bekannten zu vergleichen. Wir wollen die Auflösung dieser Probleme in Kürze anzeigen.

Ob die Theilstriche eines Mikrometers gleichweit von einander abstehen, beurtheilt man leicht, wenn man denselben bei einer starken Vergröſserung unter dem Objective des Mikroskopes langsam vorbeiführt, und dabei beobachtet, ob stets dieselbe Anzahl von Theilstrichen in einen bestimmten Theil des Gesichtsfeldes zu stehen kommt, welchen Theil man entweder mittelst eines mit einer kleinen Öffnung versehenen, auf die Blendung des Oculars gelegten Plättchens, oder mittelst eines dahin gesetzten Mikrometers fixirt.

Das Verhältniſs der Abstände zweier nächster Theilstriche auf zwei Mikrometern erfährt man, wenn man auf die Anzahl der Theilstriche sieht, welche sich in einem und demselben Theile des Gesichtsfeldes zeigen, indem man beide Mikrometer, einen nach dem andern, mit derselben Verbindung von Objectiven und Ocularen am Mikroskope betrachtet. Die Gröſsen der Mikrometertheile stehen offenbar im verkehrten Verhältnisse der davon im Gesichtsfelde gesehenen Mengen.

Man kann dieses Verhältniſs auch finden, wenn man den ersten Mikrometer unter das Objectiv, und den zweiten auf die Blendung des Oculars bringt, und aus-

mittelt, wie viele Theile des oberen dabei auf einen Theil des unteren zu gehen scheinen; sodann beide Mikrometer mit einander verwechselt, und dieselbe Bestimmung wiederholt. Dividirt man das zuerst erhaltene Resultat durch das bei der zweiten Operation gefundene, und zieht man aus dem Quotienten die Quadratwurzel, so weiſs man, wie oft ein Theil des zweiten Mikrometers in einem Theile des ersten enthalten ist. Denn es seyen a, b die Längen eines Theiles auf beiden Mikrometern A, B; ferner sollen bei der ersten Operation, wobei A unter dem Objective steht, a' Theile desselben mit b' Theilen von B, und bei der zweiten Operation, wobei B unter dem Objective steht, b'' Theile dieses letzteren mit a'' Theilen von A zusammenfallen; so ist, wenn m die Vergröſserung anzeigt, welche das Objectiv und das Collectivglas für sich allein hervorbringen, offenbar:

$$m \,.\, a' a = b' b \quad \text{und} \quad m \,.\, b'' b = a'' a;$$

mithin, wenn man aus einer dieser Gleichungen mittelst der anderen die Zahl m wegschafft, und $\frac{a}{b}$ sucht:

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{b' b''}{a' a''}} = \sqrt{\frac{b'}{a'} : \frac{a''}{b''}}.$$

Was endlich die Vergleichung eines gewöhnlichen Glas- oder Elfenbeinmikrometers mit dem Maſse, welches man den Messungen zum Grunde legt, betrifft, so läſst sich dieselbe mit Hülfe eines Mikroskopes, welches mit dem von *Fraunhofer* eingeführten Schraubenmikrometer versehen ist, mit groſser Präcision bewerkstelligen, wie man aus der S. 153 beschriebenen Einrichtung dieses Apparates leicht entnehmen wird, wenn man bedenkt, daſs sich der Werth eines Schraubenganges auch ohne Hülfe eines Glasmikrometers, bloſs mittelst der neben der Schraube ihrer Axe parallel laufenden Scale, wenn diese nur keinen zu geringen Umfang hat, bestim-

men läſst, nachdem man sich durch Messung eines und desselben Objectes an den verschiedenen Theilen der Schraube von der Gleichheit ihrer Windungen versichert hat. Jedoch läſst sich in dieser Beziehung, wie mir mehrere Versuche gezeigt haben, auch ohne die *Fraunhofer*'sche Schraubenvorrichtung mit einem gewöhnlichen Mikroskope sehr viel leisten, wenn man einen mit feinen Theilstrichen versehenen Maſsstab von gewöhnlicher Einrichtung dem Mikroskope als Object unterlegt, oder auch statt desselben ein Metallplättchen verwendet, auf welches man einen nicht zu kleinen Theil des Grundmasses, z. B. einen Zoll mittelst einer feinen Radirnadel mit Sorgfalt aufträgt, und diesen in so kleine, wenn auch ungleiche, Theile theilt, daſs jeder derselben für sich betrachtet nach der S. 152 erklärten Methode in Theilen des zu bestimmenden Mikrometers ausgedrückt werden kann. Da nun die Summe aller einzelnen Resultate durch die auf das Plättchen aufgetragene Länge gegeben ist, so findet man leicht den Werth eines Mikrometertheiles mittelst einer einfachen Division.

VI.

Neue und verbesserte physikalische Instrumente.

1. Bequeme Einrichtung des *Leslie*'schen Apparates zur Bestimmung der Dichte gepulverter Körper.

Im ersten Bande, S. 318 dieser Zeitschrift war von einem Instrumente die Rede, das *Leslie* zur Bestimmung des specifischen Gewichtes gepulverter Körper empfiehlt. Der Beschreibung dieses Instrumentes ist eine Abbil-

dung beigefügt, wie sie *Leslie* selbst angegeben hat; allein diese dient offenbar nur, um dem Leser das Wesentliche des Verfahrens, wodurch man zum Ziele gelangt, darzustellen, nicht aber als Model, nach welchem etwa ein solcher Apparat einzurichten wäre. Da der Fall ziemlich oft vorkommt, wo man das specifische Gewicht eines gepulverten Körpers zu erfahren wünscht, so liefs ich für das hiesige Museum ein zu diesem Zwecke eingerichtetes Instrument nach *Leslie's* Vorschlag verfertigen, und glaube dem Leser keinen unangenehmen Dienst zu erweisen, wenn ich es ihm in einer Abbildung, von einer kurzen Beschreibung begleitet, vorlege.

Bekanntlich besteht das Wesen des *Leslie*'schen Apparates darin, dafs man mittelst desselben das Volumen der materiellen Theile eines gepulverten Körpers ohne Einflufs der zwischen ihnen enthaltenen Luft erfährt. Zu diesem Ende soll das Gefäfs, welches den gepulverten Körper aufzunehmen bestimmt ist, mit einer Glasröhre communiciren, die sich in Quecksilber tauchen, und wieder aus demselben herausheben läfst. Schliefst man das Gefäfs, während es nur Luft enthält und die damit verbundene Röhre gröfstentheils in Quecksilber getaucht ist, luftdicht, hebt dann beide so weit aus dem Quecksilber heraus, bis die darin befindliche Luft nur mehr unter dem halben äufseren Luftdrucke steht, so erscheint das Luftvolumen verdoppelt, oder die Zunahme durch Verminderung des Druckes ist dem ursprünglichen Volumen gleich. Gibt man nun den gepulverten Körper in das dazu bestimmte Gefäfs, schliefst dieses hierauf wieder, während die Röhre so weit in Quecksilber getaucht ist wie beim Anfange des erstern Versuches, hebt sie dann wieder so weit heraus, bis die eingeschlossene Luft abermals nur unter dem halben äufseren Luftdrucke steht, so erhält man an der Zunahme des

Volumens beim Heben der Röhre wieder das Volumen der in dem Gefäſse und der Röhre enthaltenen Luft. Dieses Volumen, vom vorigen abgezogen, gibt offenbar das Volumen, welches der Summe der Volumina der einzelnen Körner des gepulverten Körpers gleich kommt, und aus dem man mit Hülfe des absoluten Gewichtes dieses Körpers leicht das specifische Gewicht berechnet.

Der Apparat, mit dem man alles dieses leicht findet, ist in Fig. 12 perspectivisch und verkleinert, in Fig. 11 aber im Durchschnitte und in seiner natürlichen Gröſse dargestellt. *A* (Fig. 11) ist das aus Stahl gearbeitete Gefäſs, welches zur Aufnahme des gepulverten Körpers bestimmt ist. Dieses steht mittelst einer vom obersten Rand ausgehenden und von da herablaufenden Bohrung *B* mit einer cylindrischen Glasröhre *C* in Verbindung, so, daſs jede Veränderung der Expansivkraft der Luft in der Röhre auf die im Gefäſse *A* wirkt, und umgekehrt. Die Glasröhre *C* ist in das Stahlstück, in welchem das Gefäſs *A* eingedreht ist, eingekittet. Der obere Rand des Gefäſses ist eben abgeschliffen, und mit einer messingenen flachen Deckelplatte *D* versehen, welche sich mittelst der Schraube *E* heben und auf den Rand des Gefäſses *B* herabdrücken läſst, und letsteres luftdicht schlieſst. Eine an der Glasröhre mit Diamant verzeichnete Scale gibt Tausendtel Theile eines Kubikzolls an. Seitwärts befindet sich eine zweite, in Linien und Zolle getheilte Scale, die auf einer eisernen Leiste *F* verzeichnet ist, mit federnden Klammern die Röhre umfaſst, sich längs derselben verschieben läſst, und auch in jeder beliebigen Höhe stehen bleibt. Sie dient zur Bestimmung der Höhe der Quecksilbersäule, die in der Röhre schwebend erhalten wird, wenn man sie bei geschlossenem Gefäſse hebt, und ist darum verschiebbar, damit man immer einen Theilstrich derselben mit einem

Ende der gehobenen Quecksilbersäule zur Coincidenz bringen kann.

Der nun beschriebene Theil ist der eigentliche Meſsapparat; alles übrige dient nur zur leichteren und bequemeren Ausführung der Operation, und besteht aus dem Quecksilbergefäſse, dem zum Heben der Röhre bestimmten Apparate, und aus den Theilen, welche als Gestell und als Verbindungsglieder dienen. Das Quecksilbergefäſs *G* (Fig. 12) ist eine nahe 1 Z. weite, 24 Z. hohe Glashülse mit trichterförmiger Öffnung, die mit dem unteren geschlossenen Ende in das hölzerne Postament eingelassen ist. Dieses Postament besteht aus zwei mittelst drei Säulen verbundenen hölzernen Platten von ungleicher Gröſse. An der Seite der oberen erhebt sich die messingene Säule, die am Rücken mit einer stählernen Säge versehen ist. In diese Säge greiſt ein Getrieb ein, das mit einer Hülse *I* verbunden ist, und mittelst des Kopfes *K* längs dieser Säge gehoben und gesenkt werden kann. Die Hülse *I* ist mit einem Arm *L* versehen, der eine Zange vorstellt, in welche sich der ganze Meſsapparat, nämlich das Gefäſs *A* nebst der Röhre *C* und dem Zugehör einsetzen und mittelst einer Schraube befestigen, aber auch nach Belieben wieder herausnehmen läſst

Da dieses Heben und Senken mittelst des Getriebes nur langsam vor sich geht, so ist die Hülse auch aufgeschnitten, und läſst sich mittelst einer eigenen Schraube *M* lüften und zusammendrücken. Ist diese Schraube nachgelassen, so läſst sich die Hülse bloſs durch einen aufwärts gerichteten Druck schnell heben, und durch einen abwärts gerichteten schnell senken, ohne daſs man an dem Kopfe *K* nachzuhelfen braucht. Ist sie aber angezogen, so läſst sich das Heben und Senken nur mittelst des Getriebes und des Kopfes *K* bewerkstelligen.

Die an der unteren Platte des Postamentes befindlichen Stellschrauben dienen dazu, dem Instrumente den gehörigen verticalen Stand zu verschaffen; die obere Platte hat eine seichte breite Rinne, damit das etwa verschüttete Quecksilber dieselbe einnehme, und das Messing nicht verderbe. Es kann mittelst einer besonderen durch einen hölzernen Nagel zu verschliefsenden Öffnung wieder gesammelt werden.

Über den Gebrauch dieses Apparates etwas Näheres zu sagen, halte ich für überflüssig, da ihn das Vorausgeschickte schon hinreichend erläutert; es dürfte vielleicht nicht einmal Noth thun zu bemerken, dafs man den Versuch mit dem leeren Gefäfse, von dem vorhin blofs der Erläuterung wegen die Rede war, hier ganz weglassen kann, wenn man die Röhre *C* so weit in das Quecksilber taucht, dafs es in derselben bis zum Nullpuncte der Volumenscale reicht, weil dann das Volumen der Luft in *A* ohnehin bekannt ist. Nur als Vorsichtsmafsregel glaube ich empfehlen zu müssen, das Quecksilber in das Gefäfs *G* nicht von oben frei hineinzuschütten, sondern es mittelst eines gläsernen, bis auf den Boden des Gefäfses reichenden Trichters einzufüllen, damit es möglichst luftfrei werde, und wenigstens gröfsere Luftblasen vermieden werden, die in das Quecksilber der Röhre *C* aufsteigen, und endlich gar in das Gefäfs *A* gelangen könnten. Ferner ist es vortheilhaft, den gepulverten Körper nicht unmittelbar in das Gefäfs *A* einzufüllen, weil gar leicht etwas davon darin hängen bleibt, und dann beim Abwägen fehlt, mithin ein falsches Resultat erzeugt. Man thut gut, wenn man das Pulver in ein wie Fingerhut geformtes Gläschen gibt, und es sammt dem Gläschen in den Raum *A* bringt. Dafs man aber das Volumen des Gläschens vorläufig bestimmen, und

auf dasselbe bei der Berechnung des Volumens besondere Rücksicht nehmen müsse, versteht sich von selbst.

Zum Schlusse glaube ich noch des Verdienstes erwähnen zu müssen, das sich Herr Mechanikus *Ekling* um dieses Instrument erworben hat; denn er hat es in einer Vollkommenheit ausgeführt, die nichts zu wünschen übrig läſst, und nicht bloſs seiner manuellen Geschicklichkeit, sondern auch seinem Verstande Ehre macht *).

2 *Meikle's* verbesserter Heber zur Bestimmung des specifischen Gewichtes von Flüssigkeiten.

(Phil. Mag. Octob. 1828.)

Meikle hat schon im Jahre 1826 einen vierarmigen Heber zur Bestimmung des specifischen Gewichtes tropfbarer Flüssigkeiten angegeben, und in Bd. 2., S. 76 dieser Zeitschrift war davon die Rede; neuestens hat er einen zweiarmigen Heber zu demselben Zwecke empfohlen. Man kennt seit langem in Deutschland den Gebrauch eines Hebers zu demselben Zwecke, der an der Stelle, wo seine zwei Arme mit einander verbunden sind, mit einer Art Saugpumpe in Verbindung steht, so daſs, wenn man jeden der zwei Arme in eine Flüssigkeit taucht, und dann den Kolben dieser Pumpe in die Höhe zieht, die Flüssigkeiten nach Maſsgabe ihrer Dichte steigen, und daher die Länge der gehobenen Säulen im verkehrten Verhältnisse ihrer Dichten oder spec. Gewichte stehen. Nach demselben Grundsatze ist *Meikle's* Heber eingerichtet, jedoch hat er darin einen Vorzug, der ihn zu schnellen Bestimmungen sehr empfiehlt, daſs die Pumpe

---

*) Der Preis dieses Instrumentes ist 60 fl. C. M.

ganz weggelassen ist, und auch der Einfluſs der Capillarität aufgehoben wird.

Meikle räth, den zweiarmigen Heber am oberen Theile mit einer kleinen Öffnung zu versehen, die man mit dem Finger gut und leicht verschlieſsen kann. Taucht man daher z. B. einen Schenkel bis auf eine gewisse Tiefe in Wasser, den anderen in jene Flüssigkeit, deren spec. Gewicht man mit dem des Wassers vergleichen will, so kann die Luft aus beiden Schenkeln entweichen, und jede der Flüssigkeiten tritt in ihrem Schenkel mit der auſserhalb desselben befindlichen Masse ins hydrostatische Gleichgewicht. Schlieſst man nun die Öffnung mit dem Finger, und hebt den Apparat aus den Flüssigkeiten; so bleibt in jedem Schenkel eine flüssige Säule schweben, und die Länge der zwei Säulen verhalten sich verkehrt wie ihre spec. Gewichte. Ist demnach die Höhe der Wassersäule A, die der andern Flüssigkeit F, so bezeichnet $\frac{F}{A}$ das spec. Gewicht der letzteren.

Um den Einfluſs der Capillarität aufzuheben, räth *Meikle*, den Versuch zwei Mal anzustellen, aber mit flüssigen Säulen von verschiedener Länge. Bedeuten beim zweiten Versuche f und a dasselbe, was beim ersten Versuche F und A bezeichneten, und ist der Einfluſs der Capillarität im einen Schenkel x, und im anderen y, endlich s das spec. Gewicht der Flüssigkeit; so hat man

$$s = \frac{F-x}{A-x},\quad s = \frac{f-x}{a-x},\ \text{und daher auch}\ s = \frac{F-f}{A-a}.$$

Verschlieſst man gleich beim Einsenken der Heberschenkel in die betreffenden Flüssigkeiten die Öffnung mit dem Finger, so bleiben beide Flüssigkeiten unter dem Niveau ihrer Masse im weiteren Gefäſse zurück, und falls sie durchsichtig sind, so kann man die Gröſse der

Depressionen messen, die ohne Einwirkung der Capillarität auch im verkehrten Verhältnisse der spec. Gewichte der Flüssigkeiten stehen werden. Man kann zur Vermeidung des Capillaritätseinflusses auch hier zwei Versuche anstellen, und wie oben die Rechnung führen; nur wird man für den Fall, wo ein Versuch bei einer Depression, der andere bei einer Elevation angestellt wird, die Formel $s = \frac{F+f}{A+a}$ zur Bestimmung des spec. Gewichtes bekommen.

VII.

Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

A. Wärme.

1. Über die Leitungsfähigkeit verschiedener Holzarten. Von *A. De La Rive* und *M. De Candolle.*

(Bibl. univ. Novemb. 1828.*)*

Versuche über die Leitungsfähigkeit fester Körper für die Wärme lassen sich bekanntlich am besten dadurch anstellen, daſs man die zu untersuchenden Körper an mehreren Stellen mit Thermometern versieht, ein Ende derselben einer beständigen Temperatur aussetzt, und abwartet, bis alle Thermometer einen stationären Stand angenommen haben. Handelt es sich dabei nur darum, mehrere Körper nach Maſsgabe ihrer gröſseren oder kleineren Leitungsfähigkeit zu ordnen, ohne diese Fähigkeit durch Zahlen auszudrücken, so braucht man nur die Abnahme der Wärmegrade vom wärmsten bis zum kältesten Ende zu beobachten, und derjenige Kör-

per wird der schlechteste Wärmeleiter seyn, bei welchem die rascheste Abnahme Statt findet. Wollte man die Leitungsfähigkeit durch Zahlen ausdrücken, so hätte man nach der Beobachtung noch mehrere Rechnungen anzustellen. *La Rive* und *De Candolle* begnügten sich damit, nur die relative Leitungsfähigkeit mehrerer Hölzer zu untersuchen, machten aber ihre Versuche vorzüglich dadurch interessant, dafs sie den Gang der Wärme durch Holzstücke nach zwei Richtungen untersuchten und verglichen, nämlich nach der Richtung der Holzfasern und nach der darauf senkrechten, also derjenigen, nach der sich die Wärme aus dem Innern eines Baumes nach aufsen fortpflanzt, und umgekehrt. Die Versuche wurden mit vierkantigen trockenen Holzstücken von 4 Z. 10 L. Länge, 18 L. Breite und 1 Z. Dicke angestellt. An einer Fläche dieser Holzstücke wurden, in 9 L. grossen Entfernungen von einander, fünf Vertiefungen angebracht, die bis in die Mitte des Holzstückes reichten, und etwa 3 L. weit waren. Die erste Vertiefung war 13 $^1/_2$ L. von einem Ende des Holzstückes entfernt. In jede dieser Vertiefungen wurde ein wenig Quecksilber gegossen, und ein Thermometer darein getaucht. Ein Ende des Holzstückes war in einen eisernen Beschlag 13 $^1/_2$ L. weit eingelassen. Die so zubereitete Vorrichtung wurde frei in der Luft aufgehängt, und unter dem Eisenbeschlag eine Weingeistlampe angezündet. Diese Flamme konnte nur den Theil treffen, auf den sie unmittelbar gerichtet war, weil sie die Zugröhre am Weitergreiffen hinderte, und diesem überdiefs noch verticale Glasplatten im Wege standen, die, sobald man bemerkte, dafs sie erwärmt waren, alsogleich durch andere ersetzt wurden. Auf diese Weise hatte man eine einzige Wärmequelle, welche nicht unmittelbar auf das Holz wirkte, und es nicht anzünden konnte. Sobald die

Thermometer den Stand angenommen hatten, welcher der Temperatur ihres Ortes entsprach, wurde etwas Hexenmehl *(Semen lycopodii)* auf die Löcher gestreut, um das Ausstrahlen von Seite der Thermometerkugeln und des sie umgebenden Quecksilbers zu verhindern.

Nach Verlauf von 1 — 2 Stunden hatte jedes Thermometer das Maximum erreicht, welches seinem Platze entsprach; es wurde aber der Versuch nicht eher als vollbracht angesehen, als bis die Thermometer 10 — 15 Minuten lang ihren Stand unverändert beibehalten hatten. Von diesen Thermometerhöhen wurden die der Temperatur der umgebenden Luft entsprechenden Grade abgezogen.

Auf diese Weise wurden sechs Holzarten untersucht, und unter diesen drei nach der Richtung der Holzfasern und nach der darauf senkrechten. Diese Holzarten folgen hier nach dem Range ihrer Leitungsfähigkeit, vom besten Leiter angefangen: Mehlbeerh. *(crataegus aria)*, Nufsbaum, Eiche, Tanne, Pappel, alle drei nach der Richtung der Holzfasern; dann Nufsbaum, Eiche, Tanne, in einer darauf senkrechten Richtung, und endlich Korkholz.

Die Holzarten sind demnach in der Regel desto bessere Leiter, je dichter sie sind; aber Nufsbaumholz leitet doch ein wenig besser als Eichenholz, wiewohl es etwas leichter ist. Die Differenz in der Leitungsfähigkeit verschiedener Holzarten, die nach derselben Richtung geschnitten sind, ist nur gering, und die Resultate sind bei weitem nicht so gleichförmig, wie bei Versuchen mit andern Körpern, woran offenbar Mangel an Homogeneität Schuld ist. Aber die Richtung der Wärmefortpflanzung begründet eine grofse Verschiedenheit in der Leitungsfähigkeit, und es sind die Hölzer nach einer auf die Holzfasern senkrechten Richtung viel schlechtere

Leiter, als nach der Richtung dieser Fasern, und der Unterschied der Leitungsfähigkeit nach diesen zwei Richtungen ist desto gröfser, je schlechter das Holz leitet. Daraus erklärt es sich zum Theile, warum ein Gewächs die Temperatur des Bodens, wovon es seine Nahrung zieht, so hartnäckig beibehält. Hier folgt nun die Tabelle, welche die Ergebnisse der Versuche enthält:

Name der Holzarten.		Temperatur nach Abzug der Luftwärme.				
		Erster Therm.	Zweiter Therm.	Dritter Therm.	Vierter Therm.	Fünfter Therm.
Mehlbeerh.	nach der Richtung d. Fasern	83°. oC.	45°. oC.	21°. 2C.	9°. 2C.	4°. 4C.
Nufsbaum		80°.13 »	43°. o »	19°.63 »	9°.19 »	5°.13 »
Eiche . . .		81°. 7 »	41°. 2 »	17°. 5 »	7°. 2 »	3°. 7 »
Tanne . .		84°. o »	39°.25 »	20°. 6 »	8°. 5 »	3°. 7 »
Pappel . .		79°. 8 »	34°. 2 »	14°. 2 »	6°. 2 »	2°. 8 »
Nufsbaum	quer über die Fasern.	99°. 5 »	37°.43 »	13°.19 »	6°. o »	3°.25 »
Eiche . .		79°. 3 »	22°.75 »	7°. 5 »	3°. 6 »	2°. 4 »
Tanne .		70°. 9 »	13°. 8 »	4°. 5 »	2°. 5 »	1°. 9 »
Korkholz		78°. 5 »	13°.75 »	3°.44 »	1°.56 »	1°. o »

Wenn man den Stand jedes Thermometers durch den des nächst darauf folgenden dividirt, so erhält man folgende Werthe:

Für		Erster Quotient.	Zweiter Quotient.	Dritter Quotient.	Vierter Quotient.	Stand des zweiten Thermometers, wenn das erste 100° zeigt.
Mehlbeerh.	nach den Fasern.	1.84	2. 1	2. 3	2. 1	54.28
Nufsholz .		1.86	2.19	2.13	1.79	53. 7
Eiche . . .		1.98	2.35	2.43	1.94	50. 5
Tanne . . .		2. 1	2. 3	1. 9	2. 4	47.62
Pappel . .		2.33	2. 4	2. 3	2.22	42.91
Nufsholz .	quer über die Fasern.	2.66	2.84	2.20	1.80	37.59
Eiche . . .		3. 5	3. 0	2. 1	1. 5	28.57
Tanne . . .		5. 1	3. 0	1. 4	1. 3	19. 6
Korkholz .		5. 7	3. 9	2. 2	1.56	17. 5

2. Über die Gestalt einer bewegten Flamme. Von *A. Quetelet.*

(Corresp. math. et phys. Tome IV. Liv. V.)

Eine ruhig brennende Kerzenflamme hat, wie bekannt, die Gestalt eines nicht unterbrochenen Kegels, dessen innerer Theil dunkel ist; sobald sie aber unruhig und flackernd wird, welches meistens der Fall ist, wenn der Docht etwas lang geworden ist, so verliert der Lichtkegel oben seine Continuität, und die Flamme erscheint gezähnt. Dieses Phänomen zeigt auch eine Lampe, deren Docht man, nach Hinwegnahme des Zugrohres, stark erhöht hat.

Das Flackern der Flamme scheint von einer durch den längeren Docht veranlafsten stärker vor sich gehenden Verflüchtigung des Unschlittes herzurühren. Diese verursacht eine Erkältung, welche dann an einigen Stellen dem Verbrennen Eintrag thut, und so jene Einschnitte der Flamme erzeugt, von denen hier die Rede ist.

3. Über die relative Dunstmenge, die in Gefäfsen mit blanker und mit geschwärzter Oberfläche verdichtet wird. Von *Fox.*

(Journ. of scien. N. 18, p. 232.)

Zwei würfelförmige vollkommen gleiche Gefäfse von dünnem Zinn, wovon eines eine blanke, das andere eine mit Lampenrufs überzogene Oberfläche hatte, wurden mit einem Dampferzeuger in Verbindung gesetzt mittelst Röhren, die so geneigt waren, dafs das durch Verdichtung der Dünste in ihnen entstandene Wasser in den Dampferzeuger zurückfliefsen mufste. Die Temperatur des Raumes, wo sich der Apparat befand, betrug 52° F., der Dampf hatte aber eine Wärme von 215°. Nach 72 Minuten enthält das Gefäfs mit blanker Ober-

fläche 5.7, das mit geschwärzter 10.2 K. Zoll Wasser. Nimmt man den Dampf bei der angegebenen Temperatur für 160 Mal leichter an, als das Wasser; so verdichtet ein Gefäſs mit geschwärzter Oberfläche von 1 K. Fuſs Inhalt in 24 Stunden 489600 K. Zoll oder 1736 Gallonen Dampf, ein eben so groſses mit blanker Oberfläche hingegen nur 273600 K. Z. oder 972 Gallonen. Es verhält sich daher die condensirende Kraft beider Gefäſse zu einander, wie 1736 : 972. Man kann wohl erwarten, daſs die Wirkung beider Gefäſse noch verschiedener ausfiele, wenn der Unterschied zwischen der Temperatur des erhitzten Körpers und seines Mittels gröſser wäre.

B. Optik.

1. Versuche über die Anziehung und Abstossung, welche das Licht auf leichte Körper ausübt. Von *M. Watt.*

(Edinb. phil. journ. N. 9, p. 122.)

Im vierten Bande, S. 229 dieser Zeitschrift war von Erscheinungen die Rede, welche *Watt* an dem sogenannten Sonnencompaſs bemerkt haben will. Der Bearbeiter jener Notiz hat zwar diese Erscheinungen in die Reihe der noch zweifelhaften gestellt, weil sie sich an die bisher bekannten nicht anschlieſsen wollen, und äusserst delicater Natur sind; doch soll ihnen dadurch keineswegs die Aufmerksamkeit entzogen werden, die jede neue Ansicht und jeder neue Gegenstand verdient.

Die Physik ist überhaupt in der neuesten Zeit mit mehreren Thatsachen bereichert worden, welche die bekannten Agentien der Natur von einer neuen Seite kennen lehren. Von der Art sind besonders die von *Saigey* mit dem Sideroskop bemerkten Phänomene, und an diese scheinen sich auch die in der oben genannten Notiz ent-

haltenen von *Watt* anzuschliefsen. Dieser Gelehrte hat die Sache weiter verfolgt, und über die Ergebnisse seiner fortgesetzten Versuche in der *Wernerian Society* Bericht erstattet. Aus diesem Berichte ist Nachfolgendes entnommen, das freilich, bevor es von der Naturlehre adoptirt werden kann, noch mit Sorgfalt geprüft und wiederholt versucht werden muſs, aber deſshalb der Aufmerksamkeit nicht weniger werth ist.

Watt untersuchte die Einwirkung des Lichtes verschiedener Körper auf kleine leichte Scheibchen, die er an einem eigenen Apparate befestiget hatte. Um diesen Apparat zu erhalten, wurde an einem ungefähr 6 Zoll langen Stücke von dem undurchsichtigen Theile einer Feder von passender Gröſse, beiläufig in dem dritten Theile seiner Länge, ein Achathütchen befestiget, an dem kürzeren Arme die zum Versuche bestimmten Scheiben angebracht, und das Ganze gehörig äquilibrirt auf eine feine Stahlspitze gestellt. Für das Achathütchen war keine weitere Befestigung nöthig, als es in einen in die Feder gemachten Schnitt zu stecken, weil die Elasticität des markigen Theiles derselben es gehörig fest hält. Die an einem Ende befestigten Scheiben wurden durch ein am anderen Ende befestigtes und verschiebbares Gewicht im Gleichgewichte erhalten. Die Scheiben, mit welchen die Versuche angestellt waren, bestanden aus verschiedenen Stoffen. Eine Art derselben bestand aus dunkelfärbigem Sammt, der über dünne Federkiele gespannt war, und an dessen Oberfläche vorläufig 25 Gran magnetischer Stahlspäne eingerieben wurden, Eine andere Art Scheiben bestand aus den glänzenden Spitzen der schmäleren Schwanzfedern eines Pfaues, Hahnes etc.; wieder eine andere aus Silberblättchen, aus Goldschlagerhäutchen, aus Papier, das mit

Lampenrufs geschwärzt war, und endlich aus Glimmer. Sie hatten 3 — 5 Z. im Durchmesser.

Wenn man mit einem solchen Scheibchen einen Versuch anstellen wollte, wurde es an der oben genannten Stelle des Hebels befestigt, so dafs es, wenn der Hebel auf dem Hütchen schwebte, sich in einer verticalen Ebene befand, hierauf der Apparat unter eine Glasglocke gebracht, die auf einer Marmorplatte stand, und diese Platte mit der Glocke zur Abhaltung jedes Luftzuges mit Kitt verbunden. Vor jedem Versuche wurde die Luft in der Glocke möglichst verdünnt.

Versuche mit Kerzenlicht.

Der erste Versuch wurde mit der Flamme einer Kerze angestellt, und wohl dafür gesorgt, dafs jeder andere Einflufs, wie z. B. der einer anderen Beleuchtung, oder der der Wärme ausgeschlossen wurde.

Die Scheibe von Sammt mit den magnetischen Stahlspänen bewegte sich gegen die Kerzenflamme, welche von dem Rande der Glocke 1 F. entfernt war. Es drehte sich ihr Rand nach dem Ursprunge des Lichtes, so dafs ihre Ebene fast parallel zu den Lichtstrahlen wurde. Die aus den Federn gemachte Scheibe bewegte sich schon gegen die Kerze, wenn die Flamme sich in einer Entfernung von 3 — 4 Fufs vom Aufhängepuncte befand. Eine breite Schwanzfeder eines Hahnes, welche an dem höchsten Puncte der Glocke horizontal und so aufgehängt war, dafs ihre breiten Seiten den Wänden der Glocke zugekehrt waren, zeigte die Einwirkung des Lichtes bei einer Entfernung von 4 — 6 Fufs an.

Die Federn bewegen sich anfänglich ganz langsam, aber in wenigen Secunden sind sie gegen den Ursprung des Lichtes hin gerichtet, so dafs ihre Seiten zu der Richtung der Lichtstrahlen parallel werden, und in die-

ser Lage kommen sie in Ruhe. Wenn die Flamme den Spitzen der Federn gegenüber gestellt wird, bewegen sie sich nur wenig oder gar nicht. Wenn man die Lichtstrahlen unter Winkeln von 40°, 90°, 150° auf ihre Ebenen fallen läſst, so werden sie bloſs um diese Winkel gedreht, und bleiben dann stehen.

Das Goldblättchen zeigte in der ersten oder zweiten Stunde, nachdem es zur Scheibe geformt und unter die Glocke gesetzt wurde, eine ungewöhnliche Empfindlichkeit gegen das Licht, so daſs dieses schon bei einer Distanz von 15 — 20 Fuſs darauf einwirkte. Wurde aber das Blättchen nicht im dunkeln und leeren Raume aufbewahrt; so verlor es diese Empfänglichkeit sehr bald, und in 6 — 8 Stunden wurde es nur noch in einer Entfernung von 2 Fuſs von der Flamme afficirt. Ein solches Blättchen dreht immer den Rand seiner Scheibe dem Lichte zu, in welche Lage man die Kerze auch bringen mag.

Das Silberblättchen besitzt dieselbe Empfindlichkeit für die Einwirkung des Lichtes, wie ein Goldblättchen, es verliert sie nie in dem Grade wie das Gold. Wenn es völlig trocken war, und im leeren Raume aufbewahrt wurde, zeigte es den Einfluſs des Lichtes bei einer Entfernung von 20 — 25 Fuſs von der Kerzenflamme. Die Bewegung eines solchen Blättchens hat etwas Eigenthümliches an sich. Es wendet zuerst die Fläche und dann den Rand seiner Scheibe dem Lichte zu, und diese Bewegung ist so constant, daſs es oft eine Stunde lang in einem Bogen von 90° oscillirt. Wenn es einen Theil seiner Empfänglichkeit für die Einwirkung des Lichtes verloren hat, wird es so angezogen, daſs es dem Ursprunge des Lichtes gerade gegenüber steht. In diesem Zustande vermindert sich seine vibratorische Bewegung, und es beschreibt in 1 oder 2 Minuten nur einen Winkel von 45°.

Das Goldschlagerhäutchen empfindet die Einwirkung des Lichtes in einer Entfernung von 6 Fuſs von der Flamme, und dreht seinen Rand gegen dieselbe, dann bleibt es aber stehen.

Sehr feines, mit Lampenruſs geschwärztes, mit Gold- oder Silberblättchen überzogenes, und mit Terpentingeist gefirniſstes Papier bewegt sich, wenn die Scheibe einen Durchmesser von ungefähr 5 Zoll hat, durch den Einfluſs des Kerzenlichtes bei einer Entfernung von 3 bis 4 Fuſs.

Da das Licht während des Versuches nur durch die Glaswand in die Glocke kommen konnte, und die Bewegung im Allgemeinen während wenigen Secunden Statt hatte, so ist es nicht (meint *Watt*) wahrscheinlich, daſs die Wärme einen Antheil an dem Stattfinden dieser Bewegungen hat.

Dessen ungeachtet bewegen sich alle diese Körper auch durch den Einfluſs der Wärme, wenn sich diese von einem gegebenen Puncte aus fortpflanzt. Doch ist ihr Einfluſs dem des Lichtes sehr untergeordnet. Z. B. ein rothglühendes Stück Kohle von 2 Zoll im Querschnitte regt bloſs die Sammtscheibe mit den Stahlspänen an, sich zu bewegen, wenn man es nahe an die Glocke hält. Wenn man aber die Scheibe während des Sommers den hellen Sonnenstrahlen aussetzt, so wird sie, sobald sie eine gewisse Menge Sonnenstrahlen absorbirt hat, heftig abgestoſsen. Bei dem ersten Versuche drehte es sich ununterbrochen mehrere Stunden um, und vollendete jede Umdrehung in 5″. Alle Körper wenden ihre Ränder dem Puncte zu, von welchem die Wärme ausströmt.

Versuche mit dem Mondlichte.

Die Wirkungen der Mondesstrahlen sind denen der Strahlen einer Kerzenflamme sehr ähnlich. Die Ver-

suche darüber wurden sowohl in freier Luft unter der Glasglocke, als in einem Zimmer mit geschlossenen Fenstern angestellt. Wenn in einem Zimmer experimentirt wurde, liefs man die Mondesstrahlen fast senkrecht auf die Ebene der Scheiben einfallen. Es drehten alle ihre Ränder gegen die Lichtquelle, und ihre Ebene wurde fast parallel mit den Einfallsstrahlen; sie behaupteten oft durch mehrere Stunden diese Lage, und bewegten sich langsam und regelmäfsig, dem scheinbaren Laufe des Mondes folgend, wie der Schatten des Zeigers an einer Sonnenuhr. Nur das Silberblättchen behielt seine vibratorische Bewegung bei, aber die Schwingungsbögen waren offenbar durch die Lage des Himmelskörpers geregelt.

Die Federn und die Scheiben aus Gold- und Silberblättchen haben die regelmäfsigste und bestimmteste Bewegung. Es wurde häufig beobachtet, dafs sie ihre Bewegung in wenigen Secunden, nachdem der Lichtstrahl auf sie geleitet wurde, begannen, die Ebene der Scheiben mochte wie immer gegen die einfallenden Strahlen geneigt seyn, und sie legten in einer Minute einen Weg von 170° zurück. Jene Pfauenfedern, welche von oben herab angesehen eine grüne Farbe haben, scheinen am meisten von dem Lichte des Mondes angezogen zu werden; jene hingegen, bei welchen eine helle Purpurfarbe vorherrscht, geben ein weniger sicheres Resultat.

Es scheint, dafs der Einflufs des Mondes vom Octavschein an bis zur Quadratur am stärksten ist; er scheint weniger Anziehungskraft zu besitzen, wenn er voll ist. Dieses kommt, meint *Watt*, wahrscheinlich daher, weil der volle Mond in Opposition ist, und dann das von ihm reflectirte Licht eine dem directen Sonnenlichte gerade entgegengesetzte Bewegung hat, während das von ihm reflectirte Licht zur Zeit seiner anderen Phasen das di-

recte Sonnenlicht unter rechten oder spitzen Winkeln schneidet.

Bei der Anstellung solcher Versuche muſs man eine weite, mit dünnen Wänden versehene, vollkommen durchsichtige Glasglocke zur Hand haben, eine eingetheilte Scheibe aus Kartenpapier auf dem Boden derselben anbringen, vorzüglich leicht bewegliche und gut abgetrocknete Scheiben wählen, und jeder fremdartigen Beleuchtung und der Erwärmung möglichst vorbeugen. Einige Stunden vor dem Versuche muſs man die Glasglocke mit einem Schirm bedecken, damit sie keinem starken Lichte ausgesetzt sey; denn ist dieses der Fall, so bleibt auch beim Versuche schwaches Licht ohne Wirkung.

Die Empfindlichkeit der Körper gegen das Licht kann durch eine zu kräftige Einwirkung desselben auf lange Zeit auffallend abgestumpft werden. Auch muſs man sich beim Anstellen der Versuche in einiger Entfernung von dem Instrumente halten, da die von unserem Körper ausströmende Wärme und Electricität eine Anziehung verursachen könnte.

Unter allen Körpern wirkten die Lichtstrahlen am meisten, und auf eine ganz eigenthümliche und regelmäſsige Weise auf den magnetischen Stahl ein.

Der Verfasser gibt für die so eben besprochenen Erscheinungen zwei Ursachen an. Die eine derselben scheint eine eigenthümliche Art von Anziehungskraft zu seyn, welche das Licht so wie die Electricität für die Spitzen und Ränder der Körper hat. Die andere Ursache ist, daſs alle Körper, wenn man sie vor dem Einflusse des Lichtes schützt, dann aber demselben aussetzt, von dem Lichte angezogen, wenn sie aber eine gewisse Menge Licht absorbirt haben, von demselben abgestoſsen werden. Die Sonnenstrahlen stoſsen offen-

bar alle vorher erwähnten Substanzen zurück, und drehen ihre Ränder in eine solche Lage, daſs sie von den Lichtstrahlen den geringsten Impuls erhalten. So wie eine Dachfahne gedreht wird durch die mechanische Wirkung eines Luftstromes, so werden diese Instrumente durch die Kraft der Lichtstrahlen gedreht. Vollkommen durchsichtige Körper sind hier nicht in Betracht zu ziehen. Das Silberblättchen macht eine halbe Ausnahme von diesem allgemeinen Gesetze, aber es ist fast farbenlos und polirt, absorbirt deſswegen eine sehr geringe Menge Licht, und da es dasselbe schnell wieder fahren läſst, nimmt es eine vibratorische Bewegung an, indem es zuerst seine Ebene, und dann seinen Rand gegen ein starkes Licht dreht, und so sich beständig in dem Bogen eines Quadranten bewegt. Einem schwachen Lichte stellt es sich mit seiner Ebene gerade gegenüber.

Die Bewegung der Federn scheint hauptsächlich durch Anziehung hervorgebracht zu werden. Eine jede Faser einer Pfauenfeder von gewöhnlicher Gröſse hat beiläufig 4000 Haare auf sich, es bietet daher ein Scheibchen, nach einer nicht übertriebenen Berechnung, dem Lichte beiläufig eine Million Puncte dar. Diese Thatsachen stimmen mit einigen allgemein angenommenen Principien überein, und begründen so eine Menge Analogien zwischen den Phänomenen des Lichtes und der Electricität.

Einige weitere Versuche wurden auch mit Körpern von verschiedener Form angestellt. Während ebene Körper ihre Ränder gegen die Lichtquelle drehen, und die flachen Seiten parallel mit der Einfallslinie desselben stellen, so schwanken die Körper von concaver Gestalt beständig in einem Bogen zwischen $5^{\circ} - 45^{\circ}$, sich nach der Intensität des Lichtes richtend. Körper von cylindrischer Form schneiden die Einfallslinie unter einem

Winkel von 25°. Glas- oder Bernsteinlinsen stellen ihre Axe parallel mit den Einfallsstrahlen. Kugelförmige und undurchsichtige Körper haben, wenn sie fein aufgehängt oder balancirt werden, und die hellen Sonnenstrahlen auf sie fallen, eine Tendenz, sich beständig zu drehen.

Der Verfasser theilt nun Anwendungen der beschriebenen Phänomene zur ferneren Beleuchtung schon bekannter Thatsachen mit, als da sind: die Anziehung der Blätter und Blumenkelche gegen das Licht; die Bildung der Krystalle; daſs Thiere durch die Empfindlichkeit ihrer Haare und Federn gegen das Licht von den Weltgegenden Kenntniſs erlangen; die Einwirkung des Lichtes auf die Magnetnadel etc. Ja *Watt* glaubt sogar hierin den Grund der Axendrehung der Planeten zu finden, indem das Licht die Theile anzieht, welche im Schatten gewesen sind, alle jene aber abstoſst, welche durch einige Zeit dem Einflusse der Sonnenstrahlen ausgesetzt waren.

2. Von der kalten Natur des Lichtes. Von *Sertürner* *).

Viele geachtete Physiker nehmen an, Licht und Wärme seyen nicht dem Wesen, sondern nur dem Grade

*) Die Grundideen zu diesem Aufsatze hat zwar Hr. *Sertürner* schon im Jahre 1820 in *Gilbert's* Annalen (Bd. 64, S. 83) bekannt gemacht, aber erst in seinem Universal-System der Elemente hat er sie vollkommen entwickelt. Ein Exemplar dieses Aufsatzes kam mir durch Hrn. Dr. *Nürnberger* zu, mit dem Wunsche, den Inhalt desselben auszugsweise in diese Zeitschrift aufzunehmen. Mit Vergnügen entspreche ich dem Wunsche des geehrten Hrn. Doctors, und glaube auch dem Hrn. Verfasser dadurch einen Beweis meiner Achtung zu geben, daſs ich meine Ansicht über diesen Gegenstand beifüge, wenn sie auch nicht gerade mit der seinigen übereinstimmt; denn nach

nach von einander verschieden, und können daher in einander übergehen; andere nicht minder verdienstvolle betrachten zwar Licht und Wärme als von einander wesentlich verschiedene Potenzen, lassen aber eine von der andern begleiten, so daſs beide zugleich von dem Urquell des Lichtes, der Sonne, bei uns anlangen, und diese demnach zugleich erleuchtet und erwärmt Diesen Ansichten stehet die von *Sertürner* aufgestellte Behauptung gegenüber, nach welcher das Licht eine kaltmachende Substanz ist, und daher mit der Wärme im strengen Gegensatze steht. Hier folgen *Sertürner's* eigene Worte:

»Zuerst wollen wir gegen die hypothetische Annahme von *Herschel*, *Newton* u. A. durch einige Experimente darthun, daſs das Licht, welches uns die Himmelskörper theils direct (Sonne), theils durch Reflection (Planeten und Dunstkreis) zusenden, absolut kalt oder der Wärme sehr gewogen ist, daher es diese, wie wir dieses bei den wägbaren, kaltmachenden Körpern wahrnehmen, begierig anzieht. Diese groſse Neigung des Lichtes zur Wärme (worin es viele wägbare Körper übertrifft) ist die alleinige Ursache, daſs sich das concentrirte Sonnenlicht bei seinem Eintritt in die mit Wärme geschwängerte Erdatmosphäre, im Verhältniſs seiner Dichtigkeit, immer mehr erhitzt, je näher es uns kommt, indem es seiner Macht gemäſs den Gasarten Wärme entzieht und der Erde zu-, oder je nachdem seine Strahlen darüber wegschieſsen, entführt. Das Sonnenlicht zwingt gewisser Maſsen die Wärme, mit ihm zu wandern, oder

---

seinen eigenen Worten (*Sertürner* in *Gilb.* Ann. 64, 62) sind ja »Widersprüche gegründeten chemischen und physischen Theorien so nützlich, wie Thau und Regen der Vegetation; sie führen sie ihrer Vollendung mit schnellen Schritten entgegen.« (*B.*)

seinen Strahlen zu folgen. Der betreffende Theil der Erde muſs folglich in dem Maſse erwärmt werden, in welchem er von einer Masse senkrecht oder nicht zu schräg einfallenden Lichts bestrahlt wird, wobei die herrschende Temperatur der Luft eine wichtige Rolle spielt. Denn je wärmer die Luft ist, welche das Licht durchläuft, bevor es die Erde trifft, je mehr Gelegenheit hat es, sich zu erhitzen. Ich glaube mich nicht bestimmter ausdrücken zu können, als wenn ich sage, die Lichtstrahlen transportiren die Wärme des Dunstkreises, und führen sie, damit beladen, ihrem Einfallswinkel gemäſs der Erde zu, oder entführen sie; denn schiessen die Lichtstrahlen horizontal oder in schräger Richtung über einen Theil der Erde, wie es bei uns im Winter und in den beiden Polarregionen fast immer der Fall ist, so wird die Atmosphäre auf diesem Puncte, auch wenn selbige noch so warm wäre, durch den erkältenden Einfluſs des, durch sie hinstrahlenden, Lichtes bald ihrer Wärme so weit beraubt werden, daſs sie kalt erscheint, indem sie den ihr durch das Licht beigebrachten Verlust an Wärme aus der Oberfläche der Erde den Thieren und überhaupt den wärmeren, festen Körpern zu ersetzen strebt, und es wird selbst dem Laien einleuchten, wie die Atmosphäre bei lange fortdauernder Einwirkung schräg oder wagerecht über sie wegschiessender Sonnenstrahlen zu dem unglaublichen Grade erkaltet, welchen wir in jenen Regionen des ewigen Winters anstaunen.«

»Wir sehen ferner, daſs das Licht in seiner Neigung zur Wärme, also in seiner kaltmachenden Eigenschaft, den (Eis) Wasserdunst und überhaupt die Grundlagen der Gasarten und wägbaren Körper bis zu einem gewissen Puncte übertrifft, weſshalb es sich auf Kosten der atmosphärischen Luft sogar mit Wärme überladet

oder erhitzt, und selbst in diesem erhitzten Zustande, wie es durch die heiſsen Sonnenstrahlen nachgewiesen werden soll, gleich den warmen wägbaren Flüssigkeiten, noch mehr erhitzte Körper abkühlen kann. Es verhält sich daher das selbst mit Wärme stark geschwängerte Sonnenlicht ganz so, wie das heiſse Wasser, d. h. das mit Wärme stark geschwängerte Eis, indem sich beide Thermate oder mit Wärme beladene kalte Stoffe (Eis und Licht) noch begierig mit Wärme zu verbinden streben, weil sie in jener heiſsen Form damit noch nicht gesättigt erscheinen. Daher vermag das heiſse Wasser und das erhitzte Sonnenlicht noch heiſsere Körper abzukühlen. Die Sonne ist dem zu Folge im Stande, so paradox es auch klingt, die Erde sowohl zu erhitzen als zu erkalten, und stelle ich das Eis und dessen Thermat (Wasser) als ein treffendes Beispiel auf, weil es bei beiden Thermaten, d. h. dem heiſsen Wasser und den heissen Sonnenstrahlen, auf das Mehr und Weniger an Wärme ankommt; denn jeder weiſs, daſs wir z. B. durch heiſses Wasser kalte Körper erwärmen und glühende abkühlen können; dasselbe ist beim Lichte der Fall. Eis und Licht, als Grundlagen unserer Thermate, spielen daher gleiche Rollen.«

»Nachdem wir durch unten angeführte Experimente hierüber zur Gewiſsheit gelangt sind, sehen wir unwiderleglich, daſs die Atmosphäre, durch den Einfluſs des Sonnenlichtes, zu jeder Jahrszeit erkalten und die Temperatur der Erde in dem Verhältnisse zunehmen muſs, in welchem die senkrecht, oder nicht zu schräg einfallenden, in dem Dunstkreise erhitzten Strahlen, die Erde treffen, indem das Licht von den festen Körpern theilweise eingesogen wird und seine strahlende Eigenschaft einbüſst, daher es Wärme an die festen irdischen Körper absetzt, welche sich von hier der Luft mittheilt.

Diese durch die erhitzte Erde mehr oder weniger erwärmte Luft mufs, nach hydrostatischen Gesetzen, nach oben entfliehen, und die oberen, durch das Licht erkalteten Regionen wieder erwärmen; ersteres geschieht auch wirklich, wie es die Oscillation der Luft heifser Tage zeigt. Allein die stets von neuem zuströmenden Sonnenstrahlen nöthigen oder transportiren die aufsteigende Wärme wieder nach unten (der Erde), wodurch die Oberfläche derselben, und dadurch die untere Luftschichte, nach und nach die hohe Temperatur erhält, welche wir in heifsen Sommertagen und zwischen den Wendekreisen stets wahrnehmen, während die obere Luftregion auch bei heifsen Tagen tief unter dem Gefrierpuncte beharret; ja wir finden, laut vielen früheren Beobachtungen, diese Kühle am Tage gröfser als des Nachts. Daher steigt ferner die Hitze unserer Sommertage, bis die Sonne gegen Abend ihre Strahlen uns in schräger Richtung zusendet, indem sie nicht mehr Wärme zu-, sondern entführen; daher auch die vermehrte Kühle am Tage, je mehr wir uns von der Erde erheben und der Sonne näher kommen. Nur gegen die Nacht, wo die aufsteigende, erwärmte Luft nicht mehr durch das Licht abgekühlt, also die Wärme nicht mehr nach der Erde zurückgeführt wird, kann sich die erwärmte Luft ungehindert nach oben erheben, bis sie endlich mit dem Steigen der Nacht in der Region der Wolken anlangt, und dort, wie wir so oft im Sommer sehen, die durch den erkaltenden Einflufs des Lichts am Tage gebildeten Nebel (Wolken) auflöst.«

»Schon von hier aus zeigt sich, wie sich die Erde (wenn ihr von den senkrechten Strahlen aus der höhern und besonders niedern Luftschichte Wärme zugeführt wird) durch die Sonne erhitzt, während sie von dem schräg bei ihr oder über sie wegstreichenden Lichte er-

kaltet, indem seine Strahlen dem Dunstkreise Wärme rauben, und auf solche Weise die Erde mittelbar im Verhältniſs ihres Einfallswinkels abkühlen.«

»Es ist leicht, uns dieses sonderbare und widersprechend scheinende Ereigniſs zu versinnlichen, wenn wir in Erwägung ziehen, daſs das concentrirte Licht bei seinem Eintritt in die Erdatmosphäre unter allen Verhältnissen und Jahrszeiten, folglich sowohl im Sommer als Winter, unser Luftmeer erkaltet. Die Erde kann aus diesem Grunde nur dann durch das Licht der Sonne erwärmt werden, wenn seine erhitzten Strahlen längere Zeit senkrecht oder nicht zu schräg auf sie fallen. Dieses kann aber nicht möglich seyn, wenn die Sonnenstrahlen bei ihr vorübergehen, indem sie die festen Körper nicht berühren; da ferner dieſs vorüberstrahlende Licht seine wärmeraubende Handlung fortsetzt, so wird es von selbst begreiflich, daſs alles wagerecht oder sehr schräg einfallende Licht die Erde, zumal die betreffende Luftschichte, erkalten und die Temperatur um so mehr sinken muſs, je länger die wärmeraubenden Lichtstrahlen vorübergehen. Das heiſse und kalte Clima stammt daher und versinnlicht in grellen Zügen die Wahrheit unserer Sache, und zeigt auch den Grund des allmähligen Überganges der Temperatur in den gemäſsigten Himmelsstrichen, wo wir alles dieses, d. h. das heiſse und kalte Clima in den verschiedenen Jahrszeiten nach einem verjüngten Maſsstabe wiederfinden.«

»Die Sonne erkaltet daher unser Gestirn direct durch ihr kaltes, die Wärme des Dunstkreises raubendes, Licht, und erwärmt es indirect mittelst der Wärme, welche ihre Strahlen auf dasselbe absetzen; oder kürzer: das auf die Erde zuflieſsende in der Luft erhitzte Licht führt Wärme zu, das vorbeiströmende aber fort.«

Hierauf sucht *Sertürner* zu beweisen, daſs die Kraft

des Lichtes, Wärme anzuziehen, im geraden Verhältnisse mit seiner Masse stehe, und dafs daher das schwache Licht des Mondes, der Sterne etc. der Atmosphäre keine Wärme zu entziehen vermag. Die Beweise sind von derselben Art, wie jene, wodurch man sonst die grofse Erkältung eines dem freien unbewölkten Himmel ausgesetzten Körpers zu zeigen pflegt.

»Zwei Luftthermometer mit grofsen, flach gedrückten Kugeln von Krystallglase und 4 Fufs langen, 100theiligen Röhren, welche mit dem untern offenen Ende in gefärbten Weingeist tauchten, wurden beide, nachdem ihre flachen Kugeln mit kurzem Grase bedeckt waren, während einer hellen, kühlen (August-) Sommernacht, in einiger Entfernung ins Freie gestellt und an kurzen Pfählen befestigt. Zur Seite eines jeden Thermometers befand sich eine empfindliche Wage aufgehängt, welche an dem einen Arme, statt der Schale, mit einer Pappscheibe von gleichem Gewichte und mit Gras, leicht bedeckt, versehen war. Nachdem beide Thermometer einen festen, der Temperatur der Luft entsprechenden Punct angenommen und der Weingeist in beiden Röhren auf 70° stand, auch die Wagen noch keine Differenz zeigten, wurde der eine Apparat, aus Wage und Gewicht bestehend, mittelst eines kastenförmigen, nur unten und nach der Schattenseite offenen Schirms in völlige Nacht versetzt. Schon nach einer halben Stunde zeigte sich der erkaltende Einflufs des Lichts; denn der Weingeist des im Lichte befindlichen Thermometers war wegen Zusammenziehung der eingeschlossenen Luft merklich gestiegen, während der im Schatten befindliche, so wie auch beide Wagen ihren früheren Standpunct behaupteten. Nach viertehalb Stunden zeigte sich folgende gewifs höchst auffallende Erscheinung. Der im Dunkeln befindliche Weingeist war, in Folge der einge-

tretenen Kühle, um $2^1/_2{}^0$ gehoben. Die Wage zeigte nur eine unbedeutende Abweichung von ihrem früheren Standpuncte; im Lichte war alles anders. Hier mufsten 54 Gran in die kleine metallene Wagschale gelegt werden: so viel Thau hatte sich auf die Pappscheibe abgesetzt. Auch der Weingeist des erleuchteten Thermometers war wegen der erkalteten und zusammengezogenen Luft, zu meiner eigenen Verwunderung, von 70 auf $86^1/_2$ hinaufgegangen. Auch das die Thermometerkugel bedeckende Gras triefte von Thau. Nun tauschte ich Licht und Schatten mittelst Wechsel des Schirmes, und es wechselte auch die gedachte Erscheinung; denn gegen den Morgen waren die 54 Gran Thau bis auf 47 Gran verschwunden, während sich auf der trockenen Schale gegen 30 Gran gebildet hatten.«

Dafs diese Erscheinungen nicht aus dem Ausstrahlen der Wärme gegen den unbewölkten Himmel erklärt werden können, sucht *Sertürner* auf folgende Weise darzuthun:

»Ich liefs an einem heiteren, kühlen Septemberabende in einem, mit einer Mauer umgebenen Garten zwei hölzerne, unten offene Kasten vor Sonnenuntergang auf einen freien Grasplatz stellen, und die nach Norden befindlichen Seiten heraussägen, so dafs die darunter liegende Grasfläche völlig beschattet, und alle directe Communication mit dem Firmamente unterbrochen war. Alsdann stellte ich hinter dem einen Verschlage mehrere grofse Spiegel in einem solchen Winkel auf, dafs das einfallende Mondlicht (mittelst der von Zeit zu Zeit dem Laufe des Mondes entsprechend gestellten Spiegel) durch die nördliche grofse Öffnung reflectirt wurde, und die Grasfläche unter dem einen Verschlage scheinbar wie vom stärksten Mondlichte erleuchtet schien. Nach einigen Stunden untersuchte ich beide Grasflächen, und fand

die im Schatten befindliche völlig trocken, die stark erleuchtete aber ziemlich bethauet, und sichtbar war der Thau da am stärksten, wo mein gröfster 11zölliger Brennspiegel sein Licht auf einen Raum von mehreren Zollen concentrirte. Dafs die durch das reflectirte Licht bewirkte Kühle der einzige Grund des Thauprozesses war, zeigte das auf der am mehrsten erleuchteten und bethauten Grasfläche unter dem Kasten befindliche Thermometer, welches mit dem im freien Mondscheine stehenden fast übereinstimmte. Der Unterschied mochte von unterbrochenem Luftzuge herrühren, hingegen ergab das im Dunkeln befindliche Thermometer einen bedeutenden Ausfall. Es war diefs so auffallend, dafs man mit der aufgelegten Hand die schattige Fläche deutlich wärmer, als die erleuchtete bethauete fand. — Nun wechselte ich die Plätze, so dafs die nicht bethauete erleuchtet, die bethauete aber im Schatten stand. Es traten schon nach einer Stunde auf der vorher schattigen, ganz trockenen, nun erleuchteten Fläche Spuren von Feuchtigkeit ein, welche um so rascher Fortschritte machte, da der anbrechende Morgen, d. h. das Dämmerungslicht, zu Hülfe kam und den Thau in einen sichtbaren, auf der Erde ruhenden Nebel verwandelte.«

»Dieser Versuch,« meint *Sertürner*, »läfst auf dem Wege der gesunden Vernunft keine andere Erklärung zu, als die er davon entworfen hat, oder richtiger: die uns von der Natur aufgedrängt wird; denn wir sehen in diesem Falle die Communication des erkaltenden Körpers mit dem Firmamente völlig aufgehoben, folglich das Ausstrahlen nach oben verhindert, und dennoch Kühle und Thau erfolgen.«

»Für *Wells* eben so spitzfindige als irrige Hypothese,« fährt er fort, »können wir hier beim besten Willen keinen Ausweg finden, wenn wir den Wärmestrah-

len nicht Vitalität und eine gewisse Verschlagenheit und Willkür beilegen, mittelst der sie, da der Weg nach oben verschlossen war, nach der Seite entschlüpften, indem sie das Trugbild auf den verschiedenen Spiegeln für den Himmel selbst ansahen, und auf diesem Umwege zu ihm gelangten.«

Zum Beschlusse liefert *Sertürner* noch einen Versuch, der beweiset, daſs das schon erhitzte Sonnenlicht wegen seiner gröſseren Dichte der Atmosphäre noch immer Wärme entzieht, und sogar fähig ist, stärker erhitzte Körper zu erkalten. Das Wesentlichste dieser Versuche besteht darin, daſs ein geschwärztes Thermometer, welches, dem directen Sonnenlichte ausgesetzt, bis zu einem bestimmten Grade gestiegen war, nur wenig sank, sobald das Sonnenlicht, bevor es das Thermometer treffen konnte, durch einen Glaskasten gehen muſste, in welchem man vorläufig die Temperatur der Luft in dem Kasten mittelst Weingeistlampen stark erhitzt hatte. Die Temperatur der Luft im Kasten gab ein anderes, nicht geschwärztes Thermometer an. Wurde directes Sonnenlicht auf diesen Kasten geleitet, so sank die Temperatur im Inneren desselben früher, als wenn der Kasten im Schatten lag.

Faſst man alles dieses zusammen, so sieht man, daſs *Sertürner's* Ansicht in Folgendem besteht. Die Erde und ihre Atmosphäre erhält ihre Wärme nicht von der Sonne, und die Sonnenstrahlen haben nur das Geschäft, die Wärme von einem Orte zum anderen zu übertragen, indem sie dieselbe anziehen und binden, und sie, wenn ihnen ein dunkler Körper im Wege steht, wieder frei geben. Das Vermögen des Lichtes, Wärme aufzunehmen, ist desto gröſser, je dichter es ist, und kommt daher dem schwachen Mondes- und Sonnenlichte nur in geringem Grade zu, dem intensiven Sonnenlicht hinge-

gen in so hohem Maſse, daſs es sogar, nachdem es schon auf dem Wege durch die Atmosphäre viele Wärme aufgenommen hat, doch noch im Stande ist, einem stärker erhitzten Körper Wärme zu entreiſsen; jedoch ist selbst die Kraſt des concentrirten Sonnenlichtes, Wärme anzuziehen, nicht unbeschränkt.

Diese Ansicht hat *Sertürner* mit viel Scharſsinn auf die gewöhnlichen Wärmephänomene in der Atmosphäre angewendet, und erklärt daraus vieles, was man bis jetzt aus den die Lichtstrahlen begleitenden Wärmestrahlen oder aus der Wärmeentwicklung bei der Absorption des Lichtes erklärt hat. Allein man wird bei gehöriger Betrachtung der Erscheinungen leicht einsehen, daſs *Sertürner's* Erklärung nicht einfacher ist, als die, welche sich aus dem Ausstrahlen der Wärme und überhaupt aus *Herschel's* und *Wells* Ansichten ergibt; ja man wird sogar auf dem von *Sertürner* eingeschlagenen Wege hie und da auf Schwierigkeiten stoſsen, die auf dem von den Letzteren betretenen nicht Statt ſinden.

Es ist zwar nicht durch directe Versuche erwiesen, daſs die Lichtstrahlen schon bei ihrem Eintritte in die Atmosphäre zu erwärmen vermögen, aber viele Erscheinungen deuten darauf hin, daſs dieses der Fall sey. Brenngläser wirkten schon in den gröſsten Höhen, in welchen man sie bis jetzt versucht hat; ja nach *Ramond*, dessen Behauptungen alles Zutrauen verdienen, ist diese Wirkung auf den Gipfeln hoher Berge gröſser, als in den unteren Regionen. Dieses Factum steht aber mit *Sertürner's* Theorie schon im Widerspruche, denn nach dieser sollte ein Brennglas in den unteren Gegenden eine stärkere Erwärmung erzeugen, als in den oberen, weil da das Licht schon mehr Wärme aufgenommen hat; es läſst sich aber mit der Annahme, die Sonnenstrahlen können gleich beim Eintritte in die Atmosphäre Wärme

erregen, recht wohl vereinbaren. Nimmt das Licht erst die Wärme aus den Luftschichten auf, durch die es geht, so muſs es wohl auch desto mehr erwärmen, je länger der Weg ist, den es bereits in der Atmosphäre zurückgelegt hat, ohne auf einen undurchsichtigen Körper zu stoſsen. Sollten aber dann nicht die Mittagsstrahlen im Brennpuncte eines Hohlspiegels eine geringere Erwärmung hervorrufen, als die Strahlen der niederer stehenden Sonne? und doch zeigen Versuche das Gegentheil. Endlich ist das Licht brennender Körper dem Sonnenlichte in so vielen Stücken ähnlich, daſs man wohl glauben sollte, es müſste auch das Sonnenlicht wie das einer Kerze gleich beim Ursprunge Erwärmungsfähigkeit besitzen. Unter diesen Umständen kann ich mich des Gedankens nicht erwehren, *Herschel's* Ansicht entspreche der Natur mehr als die von *Sertürner* aufgestellte. Was endlich die Erkaltung der dem heiteren Himmel ausgesetzten Körper anbelangt, so scheint mir auch *Wells* Meinung keineswegs so irrig, wie *Sertürner* meint. Daſs Körper Wärme ausstrahlen, ist erwiesenes Factum, und keine Hypothese mehr; eben so, daſs die Wärmestrahlen von Körpern, besonders von denjenigen, die eine glänzende Oberfläche haben, reflectirt werden, und durch diese zwei Thatsachen erklärt sich ganz einfach und ungezwungen alles, woraus *Sertürner* den Schluſs zieht, daſs das Mondes- und Sternenlicht erkältend einwirkt. Freilich ist es unmöglich, einen Körper dem heiteren nächtlichen Himmel auszusetzen, ohne ihn zugleich vom Sternen- oder Mondeslichte bescheinen zu lassen; aber die Wirkung, welche *Sertürner* diesem Lichte zuschreibt, ist bloſs hypothetisch vorausgesetzt, während es factisch erwiesen ist, daſs diese Körper Wärmestrahlen aussenden, und deren viel wenigere wieder zurück erhalten. Bei obigem Versuche, wo das Sternenlicht mittelst eines

Spiegels auf einen übrigens gedeckten Körper einfiel, mufsten die den Körper verlassenden und auf den Spiegel auffallenden Wärmestrahlen eben so durch Reflexion dem Himmel zugesendet werden, wie das Licht vom Himmel auf den Körper geleitet wurde. Dieses ist eine natürliche Folge des erwiesenen Gesetzes der Reflexion des Lichtes. Endlich waltet offenbar ein Mifsverständnifs ob, wenn *Sertürner* meint, *Wells* habe dem so beweglichen Elemente der Wärme beigemessen, dafs es sich von so zarten, fast unkörperlichen Dingen, wie Wolken sind, und dazu oft in Meilen weiter Entfernung abhalten lasse, auszustrahlen. Abgesehen davon, dafs Wolken doch so gar zart nicht sind, indem sie selbst den Schall reflectiren, wovon man sich bei den letzten Schallfortpflanzungsversuchen in Frankreich deutlich überzeugte; so behauptet wohl auch heut zu Tage Niemand, ein Körper werde durch die Wolken abgehalten, Wärmestrahlen auszusenden, sondern nur, dafs ihm der gröfste Theil dieser Strahlen von den Wolken wieder zugesendet wird, weil auch diese Wärme ausstrahlen. Das schnellere Sinken des Thermometers in einem erhitzten Glaskasten bei der Einwirkung des Sonnenlichtes dürfte wohl, da es nach *Sertürner's* ausdrücklicher Erwähnung nur im ersten Augenblicke der Einwirkung des Lichtes Statt hatte, und gleich darauf eine Erwärmung folgte, durch die zuerst eintretende Ausdehnung des Thermometergefäfses entstanden seyn, wie man dieses bei schnellen Erwärmungen öfters bemerkt. Das, was *Sertürner* über das schnelle Abkühlen einer erwärmten, vom intensiven Sonnenlichte beschienenen Luftmasse an kalten Wintertagen sagt, dürfte wohl besondere Aufmerksamkeit verdienen. Vielleicht schliefst es sich an *Mac. Keever's* Versuche an, vermöge welchen der Ver-

brennungsprozeſs durch directes Sonnenlicht verzögert wird.

C. Physikalische Chemie.

1. Über den Kohlensäuregehalt der atmosphärischen Luft. Von *Th. v. Saussure.*

(Ann. de Chim. et de Phys. Tome 38, *p.* 411.)

Theodor v. Saussure hat vom Jahre 1816 angefangen bis zum Juni 1828 auf einer Wiese, 3/4 Meilen von Genf, die atmosphärische Luft auf ihren Kohlensäuregehalt untersucht, und gefunden, daſs dieser so wie die Temperatur, der Luftdruck etc. fast ununterbrochen sich ändert. Im Allgemeinen ergab sich, daſs zu Mittag 10000 Raumtheile atmosphärischer Luft 5 oder 4.9 Th. Kohlensäuregas enthalten. Das Maximum an Kohlensäuregas betrug 6.2, das Minimum 3.7.

Im Winter enthält die Luft weniger Kohlensäuregas als im Sommer. Dieses beweisen nicht bloſs die in der vorhin genannten Stelle angestellten Untersuchungen, sondern auch Versuche in der Stadt, über dem Wasser des Genfersees, auf Bergen, in ruhiger und bewegter Luft. Dreiſsig Beobachtungen, die auf jener Wiese innerhalb sieben Jahren zur Mittagszeit mittelst Barytwasser angestellt wurden, gaben im Durchschnitte die Menge von Kohlensäuregas in den Monaten December, Jänner und Februar in dem Verhältnisse 77 : 100 kleiner als in den Monaten Juni, Juli und August. Doch ist dieses Verhältniſs nicht für alle Jahre beständig, sondern man findet im Sommer und im Winter sogar Ausnahmen von der Regel, so daſs der Kohlensäuregehalt im Sommer geringer ist als im Winter, und umgekehrt. So z. B. betrug dieser Gehalt in 10000 Raumtheilen Luft im Durchschnitte für den Jänner 4.23, aber im Jänner 1828, wo

die Temperatur ungemein mild war, stieg er auf 5.1. Der mittlere Kohlensäuregehalt des Monats August belief sich auf 5.68; aber nach einem Durchschnitte aus vier Beobachtungen, deren Resultate einander sehr nahe lagen, erhielt man für den August 1828, wo es besonders kalt und regnerisch war, für den Mittag nur die Kohlensäuremenge 4.45.

Der Unterschied im Kohlensäuregehalt während des Tages und der Nacht bei ruhiger Luft ist besonders merkwürdig. Folgende Tafel enthält die Resultate der Untersuchungen, welche zu Mittag und um 11 Uhr Abends angestellt wurden.

Kohlensäuregehalt in 10000 Raumtheilen atmosphärischer Luft.

Zu Mittag.		Um 11 Uhr Abends.
22. Mai 1827	5.81	6.23
7. Juli	5. 8	6. 2
3. September	5.61	6.01
6. November	4. 3	4.86
31. Mai 1828	4.75	5.65
13. Juni	5.06	5.83
26. Juni	5.39	5.22
1. August	4.32	6.06
12. August	4.29	5.82

Hieraus ergibt sich, daſs die Luft bei ruhigem Wetter des Nachts mehr Kohlensäuregas enthält, als am Tage. Nur der 26. Juni 1828 macht hiervon eine Ausnahme; es herrschte aber damals ein sehr heftiger Wind, während bei den übrigen Beobachtungen die Luft vollkommen ruhig, oder nur wenig bewegt war. Über der Mitte des Lehmansees, der Wiese von Chambeisy gegenüber,

enthält die Luft im Durchschnitte etwas weniger Kohlensäuregas als in einer Entfernung von 100 Toisen vom Gestade. Aus acht an demselben Tage angestellten Versuchen ist das Verhältnifs 100 : 98.5, doch ändert sich die Kohlensäuremenge an beiden Plätzen in den verschiedenen Jahrszeiten nach demselben Gesetze.

Die Luft über dem Genfersee enthält mehr Kohlensäuregas als über der Wiese von Chambeisy, und zwar nach sechs zu Mittag angestellten Beobachtungen nahe in dem Verhältnisse 100:92. *Saussure* meint, es dürften für den Gehalt der Luft an Sauerstoffgas ähnliche Variationen Statt finden; man konnte sie aber nicht ausmitteln, weil die Prüfungsmittel für dieses Gas keine so grofse Schärfe gestatten, wie für das Kohlensäuregas.

2. Über Verbindungen von Alkohol und Salzen (Alkoate), ähnlich denen aus Wasser und Salzen (Hydraten). Von *Graham*.

(*Phil. mag. Oct.* 1828, *p.* 265; und *Nov.*, *p.* 331)

Zur Bestimmung der Auflöslichkeit der Salze und anderer Körper in Alkohol mufs man vor allem völlig wasserfreien Alkohol besitzen. Allein diesen sich zu verschaffen ist schwierig, selbst wenn man sich dazu der besten Methode — der *Richter*'schen — bedient. Mittelst salzsaurem Kalk und einer Destillation konnte *Graham* nie Alkohol erhalten, dessen specifisches Gewicht unter 0.798 bei 60° F. (12° 4/9 R.) gewesen wäre. Durch folgendes Verfahren brachte er ihn aber auf 0.796:

Vier Mafs Alkohol von 0.826 wurden in eine Retorte gegeben, und successiv 3/4 Theile des Alkohols dem Gewichte nach an wohl getrockneten salzsauren Kalk beigegeben, und dabei von Zeit zu Zeit etwas bewegt. Der gröfste Theil des Salzes löste sich mit Wärmeentwickelung auf, doch war die Verbindung dadurch befördert,

dafs die Masse durch wenige Minuten zum Kochen gebracht wurde, wobei der im Halse der Retorte verdichtete Dunst wieder in die Lösung zurücklief. Hierauf wurde am Retortenende ein Recipient angesetzt, und die Destillation so langsam eingeleitet, dafs der Alkohol ganz im Halse der Retorte verdichtet wurde, und ein Tropfen auf den anderen nach zwei Secunden folgte. Die erste Mafs Alkohol hatte das specifische Gewicht 0.800 bei 60° F., die zweite 0.798, und die dritte 0.801, hierauf ging die Destillation aber nicht mehr ununterbrochen vor sich. Diese drei Mafs wurden zusammen gemischt und einer zweiten Destillation unterworfen, die man auf dieselbe Weise veranstaltete wie die erste. Dadurch erhielt man zwei Mafs Alkohol von 0.796. Eine weiter fortgesetzte Rectification konnte das spec. Gewicht nicht weiter vermindern. Nach *Saussure's* Analyse und der von *Gay-Lussac* angestellten Untersuchung über die Dichte des Alkoholdunstes folgert *Graham*, dafs dieser Alkohol wasserfrei war. Mit ätzendem Kalk bringt man durch eine Destillation in einem Salzwasserbad wohl einen Alkohol von 0.794 zu Stande, doch enthält er Spuren von Äther, von dem wahrscheinlich sein geringes specifisches Gewicht abhängt, und einen brenzlichen Geruch.

Die Methode, absoluten Alkohol zu bereiten, welche *Graham* allen anderen vorzieht, beruht auf *Leslie's* Frostapparat. Es wird der Boden eines weiten Gefäfses mit frisch gebranntem gepulverten Kalk bedeckt, und ein kleineres Gefäfs mit drei oder vier Unzen verkäuflichen Weingeist darein gestellt, alles unter den Recipienten einer Luftpumpe gebracht, und die Verdünnung der Luft so weit getrieben, dafs der Weingeist das Ansehen bekommt, als wollte er zu sieden anfangen, aber nicht weiter. Von den Weingeistdünsten, die nun den Recipienten füllen, nimmt der Kalk nur den Wassergehalt auf,

und wenn so die Spannkraft des wässerigen Theils der Dünste vermindert worden ist, entstehen aus dem Weingeiste wieder neue Wasserdünste. Dieses dauert so einige Tage, und zwar im Winter länger als im Sommer, bis der Weingeist alles Wasser verloren hat. Der erste Versuch wurde im Sommer angestellt, und dazu vier Unzen Weingeist von 0.827 spec. Gew. angewendet. Nach Verlauf von je 24 Stunden wurde der Alkohol untersucht, und innerhalb fünf Tagen der Ordnung nach von folgenden spec. Gewichten gefunden: 0.827, 0.817, 0.808, 0.802, 0.798, 0.796.

Im Sommer braucht man zur Erreichung dieses Zweckes selten mehr als eine Woche; im Winter hingegen um einen oder zwei Tage länger. Bei einem Winterversuche ergaben sich nach denselben Zwischenzeiten wie vorhin folgende Resultate: 0.825, 0.817, 0.809, 0.804, 0.799, 0.797, 0.796.

Da der Kalk als poröse Substanz auch einen Theil Alkoholdünste absorbirt, so darf man nicht zu viel, und zwar nicht über das Dreifache des Alkohols dem Gewichte nach, anwenden. In einem Falle, wo mit vier Unzen Weingeist drei Pfund Kalk angewendet wurden, ging fast $^1/_6$ des Alkohols verloren.

Nach *Richter's* Verfahren kann man nicht wohl auf einmal mehr als fünf Unzen Alkohol rectificiren; denn bringt man viel Masse in die Retorte, so muſs die Hitze, um den Alkohol aus dem mittleren Theile des Gefäſses auszutreiben, an den äuſseren Stellen so hoch steigen, daſs auch das Wasser den Kalk verläſst. Unter einem gewöhnlichen Recipienten der Luftpumpe kann man zwar auch nur wenige Unzen auf einmal rectificiren, aber unter einem hohen Recipienten kann man zwei oder drei Kalkbehälter über einander anbringen, und in jeden etwas Alkohol geben. Man könnte den ganzen Prozeſs in

gröſserem Maſsstabe mittelst eines luftdichten in mehrere Fächer mit Kalk eingetheilten Gefäſses anstellen, in welchem man die Luft mittelst einer Art Handpumpe verdünnt.

Man kann den Alkohol auch mittelst Ätzkalk in einem verschlossenen Gefäſse rectificiren, ohne die Luft zu verdünnen; doch geht dieses gar langsam vor sich. Bei einem solchen Versuche wurde Alkohol in einem groſsen gläsernen Gefäſse mit weiter Mündung mittelst eines Wasserbades erwärmt, und über dem Alkohol ein leinerner Sack mit Ätzkalk aufgehängt. Sobald das Wasserbad die Temperatur von 150° F. (52° 4/9 R.) erreicht hatte, wurde das Gefäſs verkorkt, und das Bad gegen weitere Erhitzung gesichert. Es wurde zwar ein guter Theil Kalk in ein Hydrat verwandelt, und der Alkohol concentrirt, jedoch ist die Arbeit sehr mühsam, und steht der vorigen mittelst der Luftpumpe weit nach.

Schwefelsäure absorbirt zwar auch gleich dem Kalke Wasserdünste, aber auch Alkoholdünste, und kann darum zur Concentration nicht als absorbirendes Mittel angewendet werden. Dafür läſst die Schwefelsäure dieser Eigenschaft wegen eine andere Anwendung zu. Da nämlich Alkohol gleich dem Wasser beim Verdünsten Kälte erzeugt, so kann man ihn bei Erkältungsversuchen in *Leslie's* Gefrierapparat anwenden, und er taugt um so mehr dazu, da die Erkältung mittelst Alkohol die mittelst Wasser zu Stande gebrachte weit übertrifft. Z. B. bei einem Versuche, wo die mit Musselin umwickelte Kugel eines Thermometers durch Verdünstung des Wassers nur auf 7° sank, bewirkte die durch Verdunsten des Alkohols erzeugte Kälte eine Verminderung der Temperatur bis — 24°. Merkwürdig ist, was *Graham* über die Erkältung mit concentrirtem und gewässertem Alkohol sagt. Nach seiner Erfahrung erzeugt Alkohol, der 1/3 Was-

ser enthält, eine so starke Erkältung wie absoluter, welches nur daraus erklärt werden kann, daſs die geringere Flüchtigkeit des gewässerten Alkohols durch die geringe Menge der gebundenen Wärme seiner Dünste ersetzt wird.

Schwefelsäure, die mit Wasser verdünnt ist, hat die Kraft, Alkoholdünste zu absorbiren, verloren, und könnte daher zu Erkaltungsversuchen bei der Anwendung des Alkohols nicht gebraucht werden.

Wasser saugt zwar auch Alkoholdünste ein, und könnte deſshalb statt Schwefelsäure gebraucht werden, allein sein Absorptionsvermögen ist sehr gering,

So wie Schwefelsäure verhält sich auch salzsaurer Kalk. Er absorbirt nicht bloſs Wasser-, sondern auch Alkoholdünste, und kann deſshalb bei obiger Concentrationsmethode des Weingeistes nicht angewendet werden.

* *
*

Nach dieser Einleitung über Rectification des Alkohols geht *Graham* zu dem eigentlichen Gegenstande dieser Abhandlung, nämlich zu den Alkoholverbindungen über, für die er den Namen *Alkoate* vorschlägt. Daſs es wirklich Verbindungen von Salzen mit absolutem Alkohol gibt, beweiset er durch directe Versuche. Er hing z. B. eine kleine Quantität salzsauren Kalk in einem kleinen Gefäſse zwei Zoll über darin enthaltenen absoluten Alkohol auf, und verschloſs dann das Gefäſs. Nach 24 Stunden war das Salz ganz zerflossen, gerade so, als wäre es über Wasser aufgehängt gewesen, zum Beweise, daſs sich hier eben so eine Verbindung zwischen Alkohol und dem Salze gebildet habe, wie sich in Gegenwart des Wassers das Hydrat gebildet hätte.

Die Anzahl der Alkoate ist nicht groſs. Sie wurden gebildet durch Auflösung der Salze, die man vorläufig

wasserfrei gemacht hatte in Alkohol mit Beihülfe von Wärme, wo sich dann beim Erkalten die Alkoate in festem Zustande absetzten. In den meisten Fällen erschien das Product nur undeutlich krystallisirt, manchmal kamen aber doch auch Krystallgestalten von besonderer Reinheit zu Stande. Diese Krystalle sind durchsichtig, weich, bei der Hitze leicht schmelzbar in ihrem Krystallisationalkohol, wovon meistens eine groſse Menge vorhanden ist, so daſs er sogar in einem Falle $^3/_4$ des Krystalls dem Gewichte nach betrug.

Salzsaures Kalkalkoat. Reiner salzsaurer Kalk wurde bei 600° — 700° F. in einem Sandbad möglichst getrocknet, dann langsam bis zum Rothglühen erhitzt, und einige Zeit lang bei dieser Temperatur erhalten. Das trockene Salz, welches man auf diese Weise erhält, löset sich im absoluten Alkohol bei 60° F. sehr leicht und mit Wärmeentwickelung, die oft die Flüssigkeit zum Sieden bringt, auf. Die Salzmenge, welche der Alkohol aufnimmt, wächst mit der Temperatur und bei 173°, dem Siedpuncte des Alkohols, verbinden sich 10 Th. Alkohol mit 7 Th. salzsauren Kalk. Die Auflösung ist dickflüssig, viscos, aber vollkommen durchsichtig, vorausgesetzt, daſs der Alkohol rein ist. Sie siedet bei 195°, und der Siedpunct dieser Verbindung liegt also wie der der wässerigen Salzlösungen höher, als bei der reinen Flüssigkeit. Beim Erkalten nimmt die Viscosität der Masse schnell zu. Am Rande des Gefäſses erscheinen schöne Krystallsterne, doch krystallisirt die Lösung nicht plötzlich, sondern erst nach und nach, und bildet dünne, durchsichtige, farbenlose Platten, deren Gestalt sich nur an den Seiten des Gefäſses und an der Oberfläche der Flüssigkeit erkennen läſst. Um dieses Alkoat in einem vollkommen reinen Zustande zu erhalten, muſs man die Lösung so schwach machen, daſs sie im flüssigen

Zustande durch ein dünnes Filtrirpapier geht, und dann die filtrirte Flüssigkeit durch Hitze concentriren. Eine Lösung von 1 Th. Salz und 5 Th. Alkohol taugt dazu. Es ist merkwürdig, daſs die deutlichsten Krystalle nicht beim langsamen Krystallisiren einer verhältniſsmäſsig schwachen Auflösung entstehen, sondern nur in völlig oder nahe gesättigter bei der Siedhitze. Bei einer schwachen Lösung sind die Krystalltafeln zwar groſs, aber verworren, und man sieht nur die Winkel derselben, während diese Tafeln bei der Anwendung einer starken Auflösung meistens sehr deutlich erscheinen. Sie sind stets nur klein, oft schön und fein gestreift, und haben die Gestalt gleichschenkliger Dreiecke. In der Regel hängen vier solcher Platten mit den Spitzen zusammen, und bilden ein Quadrat oder ein Rechteck, das durch die zwei Diagonalen in vier Dreiecke getheilt ist. An der Stelle dieser Diagonalen fehlen die feinen Striche. Man kann diese Krystalle nicht von ihrem Platze nehmen, ohne sie zu verletzen, weil sie gar zu weich sind. Setzt man sie der Luft aus, so ziehen sie Wasser an und zerflieſsen. Die Handwärme schmilzt sie schon, aber bei 250° wird der Alkohol völlig ausgetrieben, und es bleibt der salzsaure Kalk zurück in demselben Zustande, wie er nach der Rothglühhitze erscheint.

Eine Quantität des Alkoats, das durch Drücken zwischen einigen Leinentüchern und dann zwischen Löschpapier getrocknet worden war, sah wie gebleichtes Wachs aus, war aber weich und ohne Tenacität. Als 10 Gran davon in einem Glasgefäſse erhitzt worden waren, bis aller Alkohol ausgetrieben war, blieben nur mehr 4.1 Gran salzsaurer Kalk über; bei einem zweiten Versuche, wo 20 Gran Alkoat angewendet worden waren, betrug der Rest 8.2 Gran. Es verbinden sich also 4.1 Gran salzsaurer Kalk mit 5.9 Gran Alkohol, und dem-

nach 7 Th. salzs. Kalk mit 10.0731 Alkohol. 7 ist das Atomgewicht des salzs. Kalkes, und 10.0731 sehr nahe an 10.0625, welches 3 $^1/_2$ At. Alkohol bezeichnet; daher besteht dieses Alkoat aus

2 At. salzs. Kalk	. . =	14
7 At. Alkohol	. . . =	20.125
		34.125.

Wenn der Alkohol oder der salzsaure Kalk auch nur wenig Wasser enthält, so hat dieses auf die Bildung des Alkoates schon einen störenden Einfluſs. Eine Lösung von salzsaurem Kalk in Alkohol vom specifischen Gewichte 0.798, der fast nur 1 p. Ct. Wasser enthält, gibt nur schlecht geformte und kleine Krystalle. Das Alkoat mit Alkohol von 0.827 krystallisirt gar nicht mehr.

Bei einer Temperatur, die noch nicht 250° übersteigt, wird dieses Alkoat völlig zersetzt, aber wenn Wasser zugegen ist, so braucht man zur Zersetzung eine noch viel höhere Temperatur. *Graham* behauptet, daſs salzsaurer Kalk, den man zur Rectification des Alkohols gebraucht, und hernach aus der Retorte herausgewaschen hatte, selbst noch Spuren von Alkohol merken lieſs, nachdem er einer Temperatur von 400° — 500° einige Stunden lang hindurch ausgesetzt gewesen war. Als er in einem Schmelztiegel ans Feuer gebracht und in einem Sandbade erhitzt worden war, stieſs er Alkoholdünste aus, die Feuer fingen.

Salpetersaures Manganalkoat. Wenn man salpetersaures Mangan erhitzt, um alles Wasser auszutreiben, wird gewöhnlich etwas von dem Salze zersetzt und die Säure verjagt. Allein dieses ist von keinem Belang, und man kann mithin das Salz bei hoher Temperatur wasserfrei machen, weil der Alkohol nur das Salz auflöset, das von der Zersetzung des Salzes herrührende Man-

gan aber durch Decantiren und Filtriren leicht getrennt werden kann.

Salpetersaures Mangan hat bei hoher Temperatur eine viel gröſsere Löslichkeit im Alkohol, als bei geringer; denn während bei 60° F. vier Theile Alkohol nur einen Theil des Salzes aufnehmen, löset siedender Alkohol davon nahe die Hälfte seines eigenen Gewichtes auf. Dieser Umstand erleichtert die Bereitung des salpetersauren Manganalkoates. Läſst man eine heiſse Lösung, die bei einem Theil des Salzes mehr als drei Theile Alkohol enthält, erkalten; so erhält man eine trockene Masse, in welcher ein Glasstab Vertiefungen macht, die aber viel härter ist als das vorher betrachtete Alkoat. Aus einer bedeutend schwächeren Auflösung setzen sich beim Erkalten Krystalle ab, die manchmal dem ersteren Alkoate gleichen, meistens sind sie aber sehr klein, von einander getrennt, ohne daſs man jedoch die regelmäſsige Gestalt daran erkennen kann. Der gröſste Theil der krystallinischen Masse erhärtet mit Perlmutterglanz. Wird es zwischen Flieſspapier ausgedrückt und getrocknet, so erhält es noch mehr Ähnlichkeit mit dem salzsauren Kalkalkoat, es sinkt im Wasser unter, schwimmt aber in einer Salzlösung von 1.1 spec. Gewicht. Beim Erhitzen schmilzt es, siedet und läſst den Alkohol fahren. Beim starken Sieden stoſst es röthliche Dämpfe mit Alkoholgeruch aus, wird es aber langsam getrocknet, so zeigt es keine Spur einer Säure.

13.4 Gran behutsam erhitzt, lieſsen 3.56 Gran salpetersaures Mangan zurück, mithin verbinden sich 9.84 Th. Alkohol mit 3.56 Th. salpetersaurem Mangan. Da aber das Atomengewicht des wasserfreien salpetersauren Mangan 9.25 ist, so wird die Alkoholmenge 25.57 seyn.

Bei einem anderen Versuche erhielt *Graham* aus 16 Gr. des Alkoates 4.2 Gr. Salz, mithin 11.8 Gr. Alko-

hol bei 4.2 Gr. salpetersaurem Mangan, woraus man für den Alkohol 25.99 findet.

In der Voraussetzung, daſs dieses Alkoat aus 1 At. salpetersaurem Mangan und aus 9 At. Alkohol besteht, erhält man die Alkoholmenge 25.875; eine Zahl, die als Mittel zwischen den beiden vorhergehenden ist. Demnach besteht das Alkoat aus

1 At. salpetersaurem Mangan	=	9.25
9 At. Alkohol	=	25.875
Alkoat	=	35.125.

Salpetersaures Kalkalkoat. Salpetersaurer Kalk läſst sich viel leichter vom Wasser befreien als salpetersaures Mangan; denn man kann dieses Salz, nachdem es in einem Sandbade getrocknet worden ist, in einem Glasgefäſse mittelst einer Weingeistlampe erhitzen, ohne daſs es zersetzt wird. Siedender Alkohol gibt mit diesem Salz gesättiget ein Product, das beim Erkalten zäh wird, und ohne zu krystallisiren einen vollen Tag so verbleibt. Aber während einer kalten Nacht wurde es in einen unregelmäſsig geformten festen Körper verwandelt.

14.8 Gr. lieſsen bei der Hitze 8.8 Gran Salz zurück, so daſs also 8.8 Gr. salpetersaurer Kalk sich in 6 Gr. Alkohol auflösen.

Bei einem anderen Versuche blieben von 15.6 Gr. des Alkoates nur 9.2 Gr. zurück, wornach sich 9.2 Th. Salz mit 6.4 Th. Alkohol verbinden. Da nun das Atomengewicht des wasserfreien salpetersauren Kalkes 10.25 ist, so erhält man nach dem ersten Versuch für 10.25 des Salzes 6.98 Alkohol, nach dem zweiten 7.13, mithin nahe 7.1875, welches 1 1/2 At. Alkohol bezeichnet. Demnach besteht das salpetersaure Kalkalkoat aus

2 At. salpeters. Kalk . .	=	20.5
5 At. Alkohol	=	14.375
		34.875.

Bei einer anderen Auflösung dieses Alkoates setzten sich einige unregelmäſsige feste Massen ab, es waren ihrer aber zu wenige, als daſs man sie hätte untersuchen können; doch lieferten sie den Beweis, daſs dieses Alkoat auch krystallisationsfähig ist.

Alkoat des Manganprochlorid. Von dem in einer Glasröhre bei der Rothglühhitze getrockneten Manganprochlorid löset der Alkohol eine groſse Quantität auf. Wurde die Lösung bei einer hohen Temperatur veranstaltet, so krystallisirte das Alkoat schnell beim Erkalten, und gab Tafeln mit unreinen Ecken. 14.6 Gr. des Alkoats, das zwischen Flieſspapier gut getrocknet war, lieſsen nach der Zersetzung 7 Gr. Salz zurück. Diesemnach besteht dieses Alkoat aus 7 Gr. Salz und 7.6 Gr. Alkohol. Da nun wieder das Atomengewicht des Manganprochlorid 8 ist, so erhält man für 8 Th. dieses Salzes 8.686 Th. Alkohol, mithin ein wenig mehr als 8.625, welcher das Gewicht von 3 At. Alkohol ist. Darum läſst sich diese Zusammensetzung ansehen als bestehend aus

1 At. Manganprochlorid . . .	= 8
3 At. Alkohol	= 8.625
	16.625.

Zinkchloridalkoat. Dieses Salz löset den Alkohol leicht auf, und gibt eine lichtgelbe Flüssigkeit. Diese Auflösung läſst sich leicht sehr stark concentriren, und wird dann beim Erkalten so zähflüssig, daſs man das Gefäſs, worin es sich befindet, sogar umwenden kann, ohne ein Herausflieſsen befürchten zu dürfen.

Die Krystalle, welche sich aus dieser Masse absetzen, sind klein und ihre Form nicht erkennbar. Eine solche zähe Flüssigkeit besteht aus 20 Th. Zinkchlorid und aus 2 Th. Alkohol. Nur schwer lieſs sich die Krystallisationsmasse durch Drücken zwischen Papier ab-

trocknen, und hatte nach dieser Operation die gewöhnliche Weiche des Wachses wie die anderen Alkoate, und eine gelbliche Farbe. Beim Erhitzen ging sie in einen halbflüssigen Zustand über, und es entwickelte sich Alkohol. Auf diese Weise erhielt man von 9 Gr. des Alkoates 7.65 Salz. Es besteht demnach das Alkoat aus 7.65 Th. Zinkchlorid und aus 1.35 Th. Alkohol; oder 8.75 Th. Zinkchlorid (wo 8.75 das Atomengewicht des Zinkchlorides ist) verbinden sich mit 1.544 Th. Alkohol. Diese Zahl liegt sehr nahe an 1.4357, welche $^1/_2$ At. Alkohol bezeichnet. Demnach besteht das Alkoat des Zinkchlorides aus

2 At. Zinkchlorid	. . =	17.5
1 At. Alkohol	. . . =	2.875
		20.375.

Aufser diesen Alkoaten wurde noch das Manganchlorid und das Eisenprochlorid gebildet, aber sie konnten nicht näher untersucht werden, weil sie in zu geringer Menge vorhanden waren. Eisenchlorid hält den Alkohol sehr fest, und zersetzt sich zum Theil beim Erhitzen, wie mehrere andere Metallchloride.

Fixe Alkalien konnten nur im Zustande eines Hydrates dem Alkohol dargeboten werden, und da bildete sich kein Alkoat. Dasselbe war der Fall mit vegetabilischen, im Alkohol lösbaren Säuren. Höchst wahrscheinlich bilden sich besonders mit Metallchloriden mehrere Alkoate; man hat dabei überhaupt mit der Schwierigkeit zu kämpfen, das Salz vollkommen wasserfrei darzustellen.

Graham meint, es gebe noch mehrere andere Verbindungen, die den Hydraten und Alkoaten ähnlich sind, und rechnet insbesonders dahin die Verbindungen, welche einige Körper mit Salpetergas eingehen.

Nach *Henry's* Versuchen werden in 100 Raumtheilen

reinen Wassers nur 5 Raumtheile dieses Gases absorbirt; aber nach *Priestley* und *Davy* wird dieses Gas von mehreren Metallsalzen, besonders von den Protosalzen des Eisens in groſser Menge aufgenommen, und in der Hitze gröſstentheils unverändert frei gegeben. Er sucht auf zwei Wegen zu beweisen, daſs diese Absorption des Gases nicht vom Oxygen der Basen oder von dem darin enthaltenen Wasser abhänge. Wird Eisenperchlorid in einer Glasröhre zur Rothglühhitze gebracht, so verwandelt es sich in Eisenprochlorid, und dieses absorbirt im trockenen Zustande vom Salpetergas nur verhältniſsmäſsig sehr wenig. Eine Lösung des Eisenperchlorids in Alkohol enthält aber weder Sauerstoff noch Wasser, und übertrifft doch die wässerige Lösung des Perchlorids in seiner Capacität für das Salpetergas. Ferner wurde Salpetergas, das aus verdünnter Salpetersäure mittelst Kupfer erzeugt worden war, in einen mit kaltem Wasser umgebenen Behälter geleitet, und dann mittelst eines 2 F. langen Glasstabes mit Stücken von salzsaurem Kalk gefüllt. Als das Gas gehörig getrocknet war, wurde es langsam über sorgfältig bereitetes Eisenprochlorid in Pulverform geleitet, welches sich in einer engen Glasröhre befand. Da wurde das Prochlorid alsogleich dunkler an Farbe. Nach dieser Operation hatte es den Geruch des Salpetergases und ein gröſseres Gewicht. Bei einem Versuche hatten 30 Gr. Chlorid um 31.1 Gr. zugenommen, bei einem anderen 25 Gr. Chlorid um 25.5 Gr. In der Hitze entwickelte sich das Salpetergas wieder, und lieſs das Chlorid unverändert zurück.

Eine Auflösung von Eisenprochlorid in absolutem Alkohol absorbirt eine weit gröſsere Quantität Salpetergas, und nimmt eine dunkle Farbe an. Eine solche mit Gas gesättigte Lösung siedet bei 100°, und liefert dabei viel Gas, welches sich als reines Salpetergas charakteri-

sirt. Der gröſste Theil davon ist aber schon ausgetrieben, bevor die Masse ihren Siedpunct erreicht; wenn aber das Sieden einige Secunden anhält, hört die Gasentwicklung auf, und die alkoholische Auflösung nimmt ihre ursprüngliche, von einem geringen Eisenchloridgehalte, chocoladebraune Farbe wieder an. Eine Lösung von 1 Th. Eisenprochlorid in 5 Th. Alkohol gibt Gas, dessen Volumen das des Alkohols 23 Mal übersteigt.

Graham meint, das Eisenchlorid habe eine Neigung Salpetergas zu absorbiren und damit zu zerflieſsen, und so ein den Hydraten und Alkoaten ähnliches Product zu liefern. Darin bestärkt ihn auch der Umstand, daſs eine wässerige oder geistige Lösung des Eisenchlorides mehr Salpetergas absorbirt als trockenes Chlorid, gerade wie dieses mit dem Kalkchloridalkoat der Fall ist.

3. Über die Manganoxyde. Von *E. Turner.*

(Phil. mag. Juli, p. 22; u. Aug., p. 96.)

Diese Arbeit zerfällt in zwei Theile, wovon der erste das Atomengewicht der Manganverbindungen und die künstlich erzeugten Manganoxyde behandelt, während der zweite sich mit der Analyse der natürlichen Oxyde dieses Metalls, die *Haidinger* beschrieben hat, beschäftiget.

I. Theil.

Kohlensaures Manganoxyd. Um reines kohlensaures Manganprotoxyd zu bereiten, wurde die dunkelbraune Masse, welche bei der Bereitung des Oxygengases aus gewöhnlichem Manganperoxyd übrig bleibt, mit $^1/_6$ seines Gewichtes gepulverter Kohle gemengt, und eine halbe Stunde lang der Weiſsglühhitze ausgesetzt. Das so entstandene Protoxyd wurde in Salzsäure aufgelöset, die Lösuug bis zur Trockne abgedampft, und der Rest einige Zeit lang bei der Rothglühhitze in flüssigem Zu-

stande erhalten. Das so erhaltene Manganchlorid wurde neuerdings in destillirtem Wasser aufgelöset und filtrirt, wobei man fand, dafs es ein wenig Kalk enthalte, der durch oxalsaures Kali entfernt werden konnte. Aus der nun vorhandenen Masse wurde das Mangan durch Kalibicarbonid gefällt, und das Mangancarbonid sorgfältig ausgesüfset und auf einem Filter gesammelt, hierauf die obere in der Luft sich bräunende Schichte entfernt, und das weifse Carbonid zugleich mit Schwefelsäure zum Trocknen in ein Vacuum gebracht. Wurde etwas von diesem Salz in schwacher Schwefelsäure gelöset, so erhielt man eine farbenlose Flüssigkeit ohne festen Rest, und daher auch ohne das rothe Manganoxyd. Als 8.805 Gr. dieses Carbonides in einer Glasröhre zum Rothglühen gebracht, und das Wasser mittelst Stücken von Calciumchlorid gesammelt wurde, so erhielt man von letzterem 0.742, welches 8.427 per Cent anzeigt. Der Kohlensäuregehalt wurde dadurch ausgemittelt, dafs man den Gewichtsverlust des Mangancarbonids fand, der beim Auflösen desselben in schwacher Schwefelsäure Statt hatte. Um zu verhüten, dafs das entwickelte Kohlensäuregas kein Wasser mit sich fortführe, wurde eine bekannte Gewichtsmenge des Carbonides in eine kleine mit Kork verstopfte Glasröhre, und mit zwei eingesetzten Röhrchen versehenes Gefäfs gegeben. Eine dieser Röhren reichte beinahe bis auf den Boden des Gefäfses, um durch dieselbe die Säure nach und nach zugiefsen zu können, ohne dem Gas den Ausgang zu gestatten. Die andere Röhre communicirte mit einer anderen mit Calciumoxyd gefüllten, durch welche das Gas streichen mufste, bevor es ins Freie kam. Als kein Aufbrausen mehr erfolgte, wurde das übrige Kohlensäuregas, das sich frei in dem Gefäfse befand, oder noch mit dem Mangan verbunden war, durch Kochen ausgetrieben. Beim

Erkalten drang die äufsere Luft durch die zum Nachfüllen der Schwefelsäure bestimmte Röhre hinein. Auf diese Weise fand man, dafs 20.68 Gr. des Carbonides beim Auflösen in verdünnter Schwefelsäure genau 7.18 Gr. oder 34.72 p. Ct. verlieren, so dafs in 100 Th. desselben enthalten sind:

Manganprotoxyd . . .	56.853
Kohlensäure	34.720
Wasser	8.427
	100.000.

Ist 22 das Atomengewicht der Kohlensäure, so mufs die dieses Salzes 36.024 seyn. Diese Zahl stimmt mit der von *Thomson* angestellten Analyse genau überein, weicht aber von der *Forchhammer's*, nach dem sie 34.45 ist, stark ab. *Turner* zweifelt, ob das bei der Analyse des Carbonids gefundene Wasser damit chemisch verbunden oder nur mechanisch beigemengt war; doch ist ihm letzteres das Wahrscheinlichere.

Schwefelsaures Manganoxyd. Forchhammer findet nach seiner Analyse, dafs dieses Salz aus 54.378 Th. Schwefelsäure und aus 45.622 Manganprotoxyd besteht, woraus sich das Atomengewicht des letzteren gleich 45.622 ergibt. *Thomson* findet dieses Atomengewicht gleich 36, und *Turner* stimmt ihm bei, ist aber der Meinung, dafs *Thomson* durch ein nicht ganz tadelloses Verfahren zu diesem richtigen Resultate gelangt sey. *Turner* versuchte darum die Sache auf synthetischem Wege ins Klare zu bringen. Es wurden zu diesem Ende 9 Gr. reines Manganprotoxyd, welches aus dem rothen Oxyd mittelst Hydrogengas gewonnen worden war, in verdünnter Schwefelsäure aufgelöset, die Lösung langsam in einem Platintiegel bis zur Trockne abgedampft, und das trockene Salz $^1/_2$ Stunde lang der Rothglühhitze aus-

gesetzt. Hierauf wog es 19.01 Gr., und nach dem Gewichte, welches der Schwefelsäure durch das Protoxyd zuwuchs, muſs das schwefelsaure Salz aus 9 Gr. Manganprotoxyd und aus 10.01 Gr. Schwefelsäure bestehen. Das Atomengewicht des Protoxydes ist demnach 35.96. Bei einer Wiederholung des Versuches mit 4.855 Gr. betrug das schwefels. Salz 10.26 Gr., und mithin das Atomengewicht des Oxydes 35.93.

Manganchlorid. Dieser Stoff besteht nach *Davy* aus 54 Th. Chlor und 46 Th. Mangan, nach *Arfwedson* aus 8403 Th. Chlor und 6677 Th. Mangan, und nach dem ersteren beträgt das Atomengewicht des Mangan 30.67, nach dem zweiten 28.61. Allein *Turner* meint ein richtigeres Resultat auf folgendem Wege zu erhalten: Eine Lösung von Mangan in Salzsäure wurde bis zur Trockne abgedampft, dabei die Hitze so regulirt, daſs kein Salz zersetzt werden konnte, und das trockene Salz in die kugelförmige Vertiefung einer über 6 Z. langen Barometerröhre gegeben, Salzsäuregas durch die Röhre geleitet, und dieselbe mittelst einer Weingeistlampe erhitzt. Bei der Dunkelrothglühhitze gerieth das Chlorid in vollkommenen Fluſs, und nahm beim Kaltwerden eine blätterige, krystallinische Gestalt, und eine braune Farbe an. Es wurde alle Säure und Feuchtigkeit durch Hitze ausgetrieben, und die Röhre, während sie heiſs war, mittelst Kork verschlossen, so, daſs das Chlorid gewogen werden konnte, ohne aus der Luft Feuchtigkeit aufzunehmen. Von diesem Chlorid wurden 12.47 Gr. in destillirtem Wasser aufgelöset, wobei sich eine farblose Lösung ohne Rückstand bildete, die Salzsäure mittelst salpetersaurem Silber entfernt, und so 28.42 Gr. geschmolzenes Silberchlorid erhalten, welches 7.008 Gr. Chlor enthielt. Es besteht demnach das Manganchlorid aus 5.462 Th. Mangan und 7.008 Th. Chlor, woraus sich

ergibt, daſs 28 das wahre Atomengewicht des Mangan, und 36 das des Manganprotoxyds ist. *Berzelius* leitet für erstere Gröſse nach *Arfwedson's* Analyse die Zahl 28.463 ab.

Manganprotoxyd. Turner betrachtet dieses Oxyd (gegen *Berzelius, John* etc.) als die unterste Oxydationsstufe des Mangans, und hält es für das einzige, das mit Säuren regelmäſsige Salze bildet. Er erzeugte diesen Körper nach der von *Forchhammer* angegebenen Methode. Er nahm das rothe oder schwarze Oxyd dieses Metalles, oder gar das Carbonid desselben. Wollte er das Präparat bei der Rothglühhitze erzeugen, so gab er dieses Oxyd auf einem muldenförmigen Platinblech in eine Glasröhre, leitete Hydrogengas durch dieselbe, und erhitzte das Ganze mittelst Kohlenfeuer, sorgte aber dafür, daſs die Röhre nicht zerschmelzen konnte. Um dieses Oxyd bei hoher Temperatur zu bereiten, wurde das Material in eine kleine Porcellanröhre gebracht, und diese in einen der Weiſsglühhitze ausgesetzten Flintenlauf geschoben und Hydrogengas durchgeleitet, das man vorläufig durch eine starke Kalilösung gehen lieſs, und dann mittelst Calciumchlorid getrocknet hatte. Nach Vollendung des Prozesses blieb das Protoxyd mit Hydrogengas so lange in Berührung, bis alles kalt war. Die Oxygengasentwicklung beginnt unter der Rothglühhitze. Man braucht überhaupt, um den Zweck zu erreichen, keine so starke Erhitzung. Das erhaltene Product kann man prüfen, indem man es in verdünnter Schwefelsäure auflöset. Da muſs es sich ohne Rückstand auflösen, und eine farblose Flüssigkeit geben. *Turner* hat sein so erhaltenes Protoxyd abermals der Rothglühhitze und der Einwirkung des Wasserstoffgases ausgesetzt, aber keine Gewichtsänderung desselben bemerkt; und selbst als er es mit diesem Gas in Berührung eine Stunde lang der

Weiſsglühhitze ausgesetzt hatte, löste es sich noch ohne Aufbrausen in verdünnter Schwefelsäure auf.

Nach *Forchhammer* hat das Manganprotoxyd eine lichtgrüne, nach *Arfwedson* eine pistaziengrüne Farbe, aber alle Oxyde von dieser Farbe enthielten nach *Turner* etwas rothes Oxyd. Sein Präparat ist nahe Berggrün. Das von *Forchhammer* bereitete Protoxyd zog den Sauerstoff der Luft an, das von *Turner* bereitete blieb fast ungeändert. Eine Portion dieses Oxydes, neunzehn Tage lang der freien Luft ausgesetzt, änderte weder sein äuſseres Aussehen noch sein Gewicht. Bei 400° F. absorbirt es erst Sauerstoffgas, und zwar langsam, denn 7.269 Gr. nahmen bei dieser Temperatur in einer Stunde nur um 0.021 Gr. zu; schneller geht die Absorption des Oxygens bei 600° F. vor sich, und bei der Rothglühhitze verliert das Oxyd seine grüne Farbe, und wird schnell schwarz.

Rothes Manganoxyd. Das rothe Oxyd wird aus dem Manganperoxyd in der Weiſsglühhitze unter freiem Zutritt der atmosphärischen Luft bereitet. Wird es in einer Reibschale fein zerrieben, so hat es im kalten Zustande eine braune, im warmen eine schwarze Farbe. Das natürliche Pulver dieses Oxydes erscheint rothbraun; das aus dem Protoxyd oder dem Carbonid bei mäſsiger Rothglühhitze erzeugte Oxyd hat meistens einen Stich ins Gelbe, oft wie Rhabarber; beide werden aber durch Weiſsglühhitze roth.

Das rothe Oxyd zeigt selbst in der Hitze keine starke Neigung, noch mehr Sauerstoff aufzunehmen. *Turner* hat seine Zusammensetzung nach mehreren Methoden auszumitteln gesucht. Zuerst wurden 100 Th. reines rothes Oxyd der vereinten Wirkung der Hitze und des Wasserstoffgases ausgesetzt, und so in Protoxyd verwandelt. Dabei verloren sie 6.802 und 6.817 p. Ct. Oxy-

gen; als er aber gefunden hatte, dafs das so zum Vorschein kommende grüne Oxyd in verdünnter Schwefelsäure das Daseyn eines geringen Antheils rothen Oxyds beurkundete, so mufste der Versuch wiederholt, und 44.256 Gr. rothes Oxyd eine Stunde lang unter Berührung mit Wasserstoffgas in der Weifsglühhitze erhalten werden. Dabei war der Verlust gleich 3.153 Gr. oder 7.125 p. Ct. Der Gewichtszunahme gemäfs, welche das Protoxyd in der Luft erleidet, bestehen 100 Th. rothes Oxyd aus 93.05 Th. Protoxyd und 6.95 Oxygen. *Arfwedson* fand statt dessen die Zahlen 93.153 und 6.847. Kohlensaures Mangan enthält 56.853 p. Ct. Manganprotoxyd. Setzt man 100 Th. desselben bei der Weifsglühhitze der Luft aus, so erhält man davon 61.18 Th. rothes Oxyd, woraus sich ergibt, dafs dieses rothe Oxyd aus 92.927 Th. Protoxyd und 7.073 Sauerstoff besteht. Aus allen diesem zusammen genommen ergibt sich im Mittel die Zusammensetzung des rothen Oxydes folgender Mafsen: 72.291 Mangan und 27.709 Sauerstoff. Berechnet man diese Zusammensetzung aus der Voraussetzung, dafs das rothe Oxyd aus 2 At. Deutoxyd und 1 At. Protoxyd, oder aus 1 At. Peroxyd und aus 2 At. Protoxyd bestehe; so findet man den Mangangehalt = 72.414, und den Oxygengehalt gleich 27.586. Dieses Oxyd löset sich in einem Übermafse starker Schwefelsäure ohne Gasentwicklung auf, und gibt eine amethystrothe Flüssigkeit, die in der Hitze die Farbe verliert. Beim Kochen dieses Oxydes in sehr schwacher Schwefelsäure erhält man eine farblose Flüssigkeit. Mit starker Salzsäure gibt es eine Lösung von dunkelrother Farbe, die aber nicht dauerhaft ist.

Mangandeutoxyd. Turner bereitet dieses Oxyd aus dem salpetersauren Manganoxyd oder dem Manganperoxyd, indem er es längere Zeit einer Rothglühhitze aus-

setzt. Doch setzt er keinen grofsen Werth auf die Reinheit dieses Präparates, weil die Temperatur einen gar zu grofsen Einfluss darauf hat. Die Ergebnisse seiner Versuche stimmen mit denen von *Berzelius*, *Thomson* und *Arfwedson* überein, nach welchen dieses Oxyd zwischen dem Protoxyd und Peroxyd liegt, und aus 2 At. Protoxyd und 3 At. Peroxyd besteht.

Manganperoxyd. Dieses Oxyd wurde aus salpetersaurem Protoxyd dadurch gewonnen, dafs eine Lösung desselben zur Trockne abgedampft, und die Hitze so lange erhalten wurde, bis sich das ganze Salz in eine gleichförmig schwarze Masse verwandelt hatte. Diese wurde fein gepulvert, mit destillirtem Wasser gewaschen, und bei einer Temperatur von 600° F. getrocknet. Wurde eine kleine Portion dieses Peroxydes in einer Glasröhre erhitzt, so wurde ein wenig Feuchtigkeit ausgetrieben, die Lackmuspapier stark röthete, zum Beweise, dafs das Peroxyd etwas Salpeter- oder salpetrige Säure enthielt, die sich nur bei der Hitze ganz austreiben liefs, und zugleich einen Theil des Oxydes zersetzte. Darum begab sich *Turner* der Analyse dieses künstlichen Productes, und untersuchte lieber das natürliche Peroxyd, welches aus 1 At. Mangan und 2 At. Oxygen besteht.

II. Theil.

Dieser Theil handelt von der Zusammensetzung der von *Haidinger* beschriebenen Manganerze. Die Analyse wurde auf folgende Weise angestellt:

Reine, sorgfältig ausgewählte Erzstücke wurden in einem Agatmörser fein gepulvert, und mit destillirtem Wasser gewaschen. Einigen Erzen konnte das Wasser nichts anhaben, bei anderen hingegen, besonders von denen aus Ihlefeld, zog es eine kleine Menge salzsauren

und schwefelsauren Kalk, oft auch salzs. und schwefels. Soda aus. Hierauf wurde das Pulver bei 212° F. so weit getrocknet, bis es die vor dem Waschen darin vorhandene Wassermenge enthielt, welches man dadurch erkannte, daſs man eine bekannte Menge des Erzes erhitzte, und das frei gewordene Wasser in eine mit Stücken von salzsaurem Kalk gefüllten Röhre sammelte. Der Sauerstoffgehalt wurde dadurch erforscht, daſs man das Erz mittelst Weiſsglühen in rothes Oxyd, oder durch Hitze und Hydrogengas in Protoxyd verwandelte. Die erstere Methode ist kürzer und einfacher. Zur Bestimmung fremdartiger Stoffe wurde das durch Hitze ausgetriebene Wasser mit Probepapier untersucht, aber stets frei von Alkalien und Säuren befunden. Die Abwesenheit kohlensaurer Salze bezeugte das Ausbleiben des Aufbrausens bei der Zugabe von verdünnter Salpetersäure. Starke Schwefelsäure verursachte keine Entwicklung von Salzsäure oder einer andern Säure. Wurde das Erz in Salzsäure aufgelöset, und bis zur vollkommenen Trockenheit getrocknet, so lösete sich dieses Product vollkommen im Wasser auf, bis auf etwas Kieselerde und rothes Manganoxyd. Dadurch ist die Abwesenheit der Phosphorsäure und Arseniksäure bewiesen. Die Abwesenheit der Schwefelsäure, der Thon- und Bittererde wurde durch die bekannten Methoden ausgemittelt. Bei einigen Erzen bemerkte man Spuren von Kalk. Jede Species erhält Baryt, und zwar einige enthalten sie als Beimengung, andere als wesentlichen Bestandtheil. Im ersteren Falle ist sie nicht mit Schwefelsäure oder Kohlensäure, sondern wahrscheinlich mit dem Manganperoxyd verbunden. Eisen fand sich in keinem Manganerze, eben so wenig Kupfer, Blei oder ähnliche Metalle.

Dieses Verfahren gab nun folgende Resultate:

1. Prismatoidisches Manganerz (Manganit). Krystallisirte Species von Ihlefeld.

Rothes Oxyd	.	86.85	oder	Protoxyd .	80.92,
Oxygen	. . .	3.05	»	Oxygen . .	8.98,
Wasser	. . .	10.10	»	Wasser . .	10.10.

Es besteht demnach aus 2 At Mangandeutoxyd und 1 At. Wasser.

2. Brachytypes Manganerz (Braunit). Species von Elgersberg.

Protoxyd . .	86.94,
Oxygen . . .	9.851,
Wasser . . .	0.949,
Baryt . . .	2.260,
Kieselerde eine Spur.	

Es ist demnach dieses Erz ein wasserfreies Mangandeutoxyd mit Baryt.

3. Pyramidales Manganerz (Hausmanit). Species von Ihlefeld.

Rothes Oxyd .	98.098,
Oxygen . . .	0.215,
Wasser . . .	0.435,
Baryt	0.111,
Kieselerde . .	0.337,

daher ein wasserfreies rothes Manganoxyd mit ein wenig Deut- oder Peroxyd, verbunden mit Baryt.

4. Prismatisches Manganerz (Pyrolusit). Von Elgersberg.

Rothes Oxyd .	84.055,
Oxygen . . .	11.78,
Wasser . . .	1.12,
Baryt	0.532,
Kieselerde . .	0.513,

demnach ein wasserfreies Manganperoxyd.

Turner hat noch eine andere Varietät analysirt, das er aus Deutschland (wahrscheinlich von Ihlefeld) erhalten hatte. Es hatte eine Dichte von 4.819. Diese gab

rothes Oxyd	.	85.617,
Oxygen	. .	11.599,
Wasser	. . .	1.566,
Kieselerde	. .	0.553,
Baryt	. . . .	0.665,
Kalk eine Spur,		

demnach ein wasserfreies Peroxyd mit einer Beimengung von Oxyden.

5. Untheilbares Manganerz (Psilomelan).

Rothes Oxyd	.	69.795,
Oxygen	. . .	7.364,
Baryt	. . . .	16.365,
Kieselerde	. ,	0.260,
Wasser	. . .	6.216.

Turner hält dieses Mineral für ein gemengtes Mineral.

Manganerz, das nach *Hauy* den Namen *M. oxide noir Barytifère* von Romanèche führt. Auch dieses wird von *Haidinger* und *Turner* für ein gemengtes Mineral gehalten. Die Analyse gab:

rothes Oxyd	.	70.967,
Oxygen	. . .	7.260,
Baryt	. . . .	16.690,
Kieselerde	. .	0.953,
Wasser	. . .	4.130.

4. Feste Bestandtheile zweier heifsen Quellen in Indien. Von Ebendemselben.

(*Edinb. journ. of sc. N. 17.*)

Die zwei Quellen, von denen hier die Rede ist, befinden sich in der Nähe von Pinnarkoon und Loorgootha.

Das Wasser der ersteren hat beim Ursprunge eine Temperatur von 116° F., und eine Gallone desselben enthält 22 Gr. fester Materie, die man durch Abdampfen erhält. Das Wasser der anderen hat eine Temperatur von 160° F., oft sogar 186° F., und eine Gallone enthält 25 Gr. an festen Bestandtheilen. Bei näherer Untersuchung dieser Bestandtheile ergab sich für die in der Nähe von Pinnarkoon befindliche Quelle, daſs 100 Theile ihrer festen Bestandtheile enthalten:

Kieselerde	21.50,
Sodiumchlorid	19.118,
schwefelsaure Soda	19.333,
kohlensaure Soda	19.109,
reine Soda	4.924,
Wasser mit ein wenig organischer Materie	15.544,

eine Spur von Eisen und Kalk.

Die festen Bestandtheile der anderen oben genannten Quelle sind denen aus dem Wasser der ersteren erhaltenen so ähnlich, daſs *Turner* es nicht für nothwendig hielt, sie auch anzugeben.

Demnach gehören diese Quellen in die Classe derjenigen, welche Kieselerde führen, wie das Wasser des Geysers und Rykums. Doch sind diese Quellen heiſser als die indischen, und enthalten mehr feste Bestandtheile, besonders Kieselerde. Nach *Blank* sind nämlich die Bestandtheile dieser Quellen folgende:

	Geyser.	Rykum.
Soda	5.56,	3.0,
Thonerde	2.80,	0.29,
Kieselerde . . .	31.50,	21.83,
salzsaure Soda . .	14.42,	16.96,
schwefelsaure Soda	8.57.	7.53.

5. Varietäten des Borax. Von *Payen.*

(Instit. Journ. Juli 1828.)

Nach *Payen* besteht die krystallisirte Boraxsäure aus 1 At. Säure und 3 At. Wasser. Ferner besteht der wasserfreie, der prismatische und der octaëdrische Borax aus folgenden Bestandtheilen:

1. Wasserfreier Borax: Borsäure 2 At. = 88, Soda 1 At. = 39.09.

2. Prismatischer Borax: Borsäure 2 At. = 88, Soda 1 At. = 39.09, Wasser 10 At. = 112.43.

3. Octaëdrischer Borax: Borsäure 2 At. = 88, Soda 1 At. = 39.09, Wasser 5 At. = 56.217.

6. Künstlicher Graphit.

(Bull. univ. Oct. 1828.)

Ein Stück Gufseisen, welches sich an dem im Wasser befindlichen Theile eines Schiffes befand, das nach Indien absegelte, fand man nach der Rückkehr des Schiffes in Graphit verwandelt. Es hat nämlich die Salzsäure des Meerwassers das Eisen gröfstentheils aufgelöset, und so den Kohlenstoff des Metallstückes überwiegend gemacht.

7. Reagens auf Kali. Von *Harkort.*

(Phil. journ. N. 9.)

Um die Gegenwart des Kali in einem Körper mittelst des Löthrohres zu erkennen, verbinde man Nickeloxyd mit Borax. Wird nun ein Körper dazu geschmolzen, der Kali enthält, so entsteht ein blaues Glas, vorausgesetzt, dafs das Nickeloxyd frei ist vom Kobaltoxyd; denn wäre dieses nicht, so entstünde statt des blauen Glases ein braunes.

8. Verbesserter Kerzendocht. Von *Murray*.

(Edinb. journ. of sc. N. 18.)

Murray räth an, den baumwollenen Docht zu Unschlittkerzen in Kalkwasser, worin eine hinreichende Menge Salpeter, oder noch besser salzsaures Kali aufgelöset ist, zu tränken, und ihn hierauf trocken werden zu lassen. Kerzen, welche solche Dochte haben, sollen eine reinere und hellere Flamme geben, fast so wenig des Putzens bedürfen, wie Wachskerzen, und nicht abrinnen.

Fig. 7.

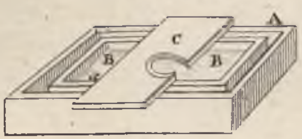




Fig. 9.

Fig. 8.

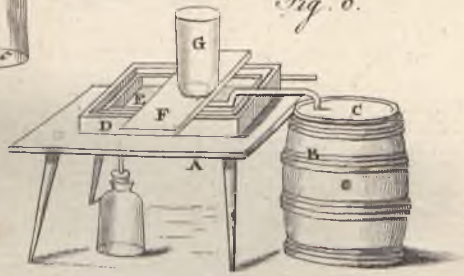


Fig. 10.

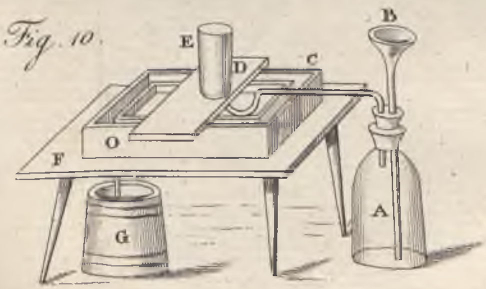


Fig. 11.

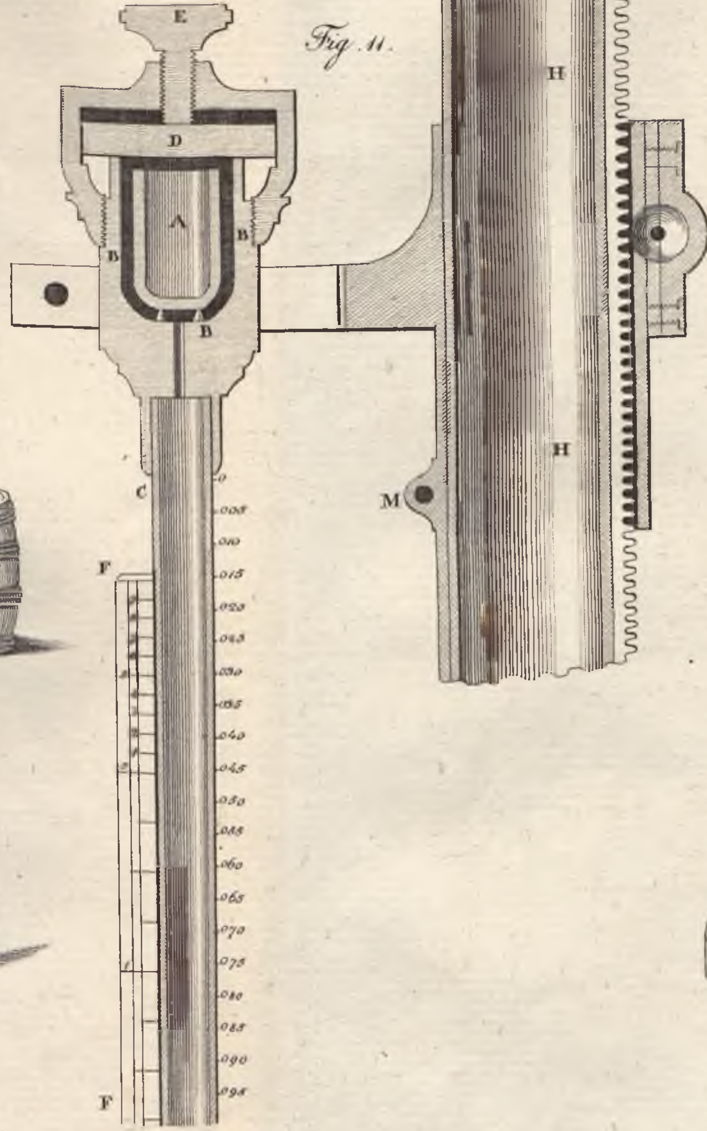
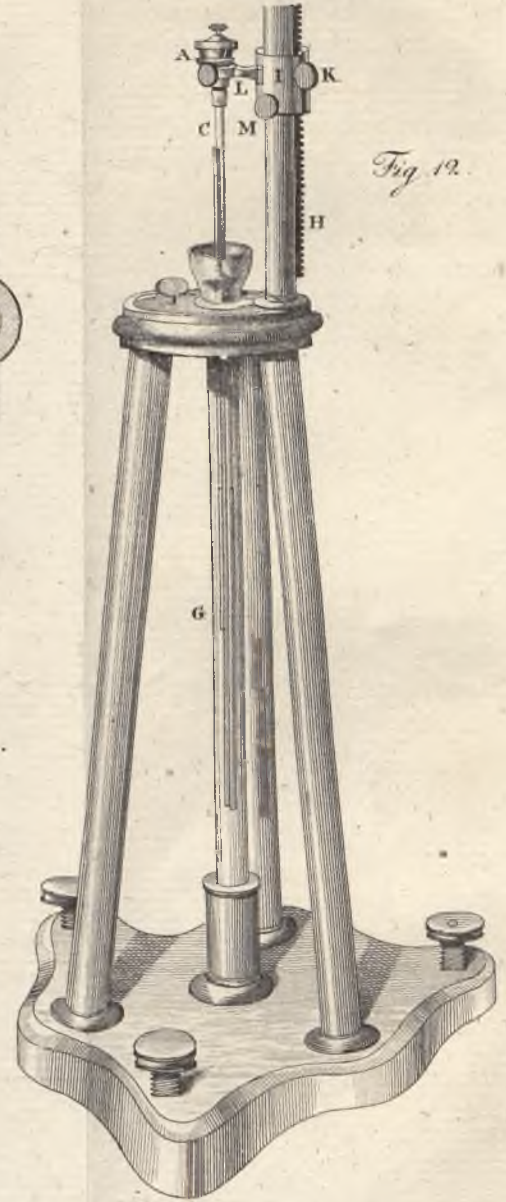


Fig. 12.



M. Bauer sc.